

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Манаенков Сергей Александрович
Должность: Директор
Дата подписания: 2022/02/28 10:00:00
Уникальный программный ключ:
b98c63f50c040589aac163e2b73c0c751775c9e9

**МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА
ФИЛИАЛ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ
СООБЩЕНИЯ» В Г. РТИЩЕВО
(ФИЛИАЛ СамГУПС В Г. РТИЩЕВО)**

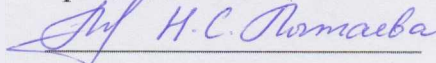
**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ПО ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ РАБОТ
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
ЕН.01 МАТЕМАТИКА
для специальности
23.02.06 Техническая эксплуатация подвижного состава железных
дорог**

Базовая подготовка среднего профессионального образования

Рассмотрено и одобрено
цикловой комиссией
математических, естественнонаучных
и общепрофессиональных
дисциплин

Протокол № 1
от «31» августа 2022 г.

Председатель ЦК


Н.С. Лытаева

Разработаны на основе рабочей
программы учебной дисциплины
ЕП.01 МАТЕМАТИКА
для студентов специальности
23.02.06 Техническая эксплуатация
подвижного состава железных
дорог и Положения о
самостоятельной работе студентов

Утверждаю:

Зам. директора по УР


_____ Н.А. Петухова

Разработчик:



Н.С. Лытаева, преподаватель
филиала СамГУПС в г. Ртищево

Рецензент:



Л.В. Малаховская, преподаватель
филиала СамГУПС в г. Ртищево

Содержание

- 1 Введение.
- 2 Тематический план.
- 3 Содержание самостоятельных работ.
- 4 Заключение.
- 5 Лист согласования.

Введение

Методические рекомендации по внеаудиторной самостоятельной работе обучающихся разработаны в соответствии с рабочей программой дисциплины ЕН.01 Математика специальности 23.02.06 Техническая эксплуатация подвижного состава железных дороги требованиями к результатам освоения программы подготовки специалистов среднего звена ФГОС СПО по данной специальности (базовая подготовка). Методические указания предназначены для студентов 2 курса очной формы обучения.

Цель данных методических указаний – оказать помощь студентам при выполнении самостоятельной работы и закреплении теоретических знаний по основным разделам дисциплины внеаудиторных занятий.

Самостоятельная работа – это вид учебной деятельности, которую студент совершает в установленное время и в установленном объеме индивидуально или в группе, без непосредственной помощи преподавателя (но при его контроле), руководствуясь сформированными ранее представлениями о порядке и правильности выполнения действий.

Учебным планом специальности 23.02.06 Техническая эксплуатация подвижного состава железных дорог для дисциплины ЕН.01 Математика предусмотрено 35 часов на самостоятельную работу студентов. Рабочей учебной программой дисциплины определены следующие виды самостоятельной работы: проработка конспектов лекций, учебной литературы; решение задач; подготовка отчетов по практическим работам; подготовка презентации, сообщений.

Самостоятельная работа обучающихся проводится с целью:

- формирования компетенций, предусмотренных ФГОС СПО по специальности 23.02.06 Техническая эксплуатация подвижного состава железных дорог;
- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений обучающихся;
- углубления и расширения теоретических знаний;

- развития познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности, организованности;
- формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, совершенствованию и самоорганизации;
- развитию исследовательских умений.

Самостоятельная работа в зависимости от заданий может выполняться индивидуально или группой студентов. Контроль результатов ВСР обучающихся производится в письменной, устной или смешанной форме в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия

Тематический план

Наименование разделов и тем	Количество часов
Введение	1
Раздел 1. Линейная алгебра	4
Раздел 2. Основы дискретной математики	4
Раздел 3. Математический анализ	12
Тема 3.1. Дифференциальное и интегральное исчисление	4
Тема 3.2. Обыкновенные дифференциальные уравнения	3
Тема 3.3. Дифференциальные уравнения в частных производных	2
Тема 3.4. Ряды	3
Раздел 4. Основы теории вероятностей и математической статистики	6
Раздел 5. Основные численные методы	8
Тема 5.1. Численное интегрирование	2
Тема 5.2. Численное дифференцирование	3
Тема 5.3. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений	3
Всего	35

Общие методические рекомендации по видам работ

1. ВИД РАБОТЫ: ПОДГОТОВКА КОНСПЕКТА

Инструкция по выполнению самостоятельной работы

Хорошо составленный конспект помогает усвоить материал. В конспекте кратко излагается основная сущность учебного материала, приводятся необходимые обоснования, табличные данные, схемы, эскизы, расчеты и т.п. Конспект целесообразно составлять целиком на тему. При этом имеется возможность всегда дополнять составленный конспект вырезками и выписками из журналов, газет, статей, новых учебников, данных из Интернета и других источников. Таким образом, конспект становится сборником необходимых материалов, куда студент вносит всё новое, что он изучил, узнал. Такие конспекты представляют большую ценность при подготовке к занятиям.

Этапы подготовки конспекта

1. Первичное ознакомление с материалом изучаемой темы по тексту учебника, картам, дополнительной литературе.
2. Выделение главного в изучаемом материале, составление обычных кратких записей.
3. Подбор к данному тексту опорных сигналов в виде отдельных слов, определённых знаков, графиков, рисунков.
4. Продумывание схематического способа кодирования знаний, использование различного шрифта и т.д.
5. Составление опорного конспекта.

Форма контроля и критерии оценки

Оценка «отлично»

Полнота использования учебного материала. Объём конспекта – 1 тетрадная страница на один раздел или один лист формата А4. Логика изложения (наличие схем, количество смысловых связей между понятиями). Наглядность (наличие рисунков, символов, и пр.; аккуратность выполнения,

читаемость конспекта. Грамотность (терминологическая и орфографическая). Отсутствие связанных предложений, только опорные сигналы – слова, словосочетания, символы. Самостоятельность при составлении.

Оценка «хорошо»

Использование учебного материала не полное. Объем конспекта – 1 тетрадная страница на один раздел или один лист формата А4. Не достаточно логично изложено (наличие схем, количество смысловых связей между понятиями). Наглядность (наличие рисунков, символов, и пр.); аккуратность выполнения, читаемость конспекта. Грамотность (терминологическая и орфографическая). Отсутствие связанных предложений, только опорные сигналы – слова, словосочетания, символы. Самостоятельность при составлении.

Оценка «удовлетворительно»

Использование учебного материала не полное. Объем конспекта – менее одной тетрадной страницы на один раздел или один лист формата А4. Не достаточно логично изложено (наличие схем, количество смысловых связей между понятиями). Наглядность (наличие рисунков, символов, и пр.); аккуратность выполнения, читаемость конспекта. Грамотность (терминологическая и орфографическая). Отсутствие связанных предложений, только опорные сигналы – слова, словосочетания, символы. Самостоятельность при составлении. Неразборчивый почерк.

Оценка «неудовлетворительно»

Использование учебного материала не полное. Объем конспекта – менее одной тетрадной страницы на один раздел или один лист формата А4. Отсутствуют схемы, количество смысловых связей между понятиями. Отсутствует наглядность (наличие рисунков, символов, и пр.); неаккуратность выполнения, плохая читаемость конспекта. Допущены ошибки терминологические и орфографические. Отсутствие связанных предложений, только опорные сигналы – слова, словосочетания, символы. Не самостоятельность при составлении. Неразборчивый почерк.

2. ВИД РАБОТЫ: ПОДГОТОВИТЬ ДОКЛАД (СООБЩЕНИЕ)

Инструкция по выполнению самостоятельной работы

Доклад – это устное выступление на заданную тему. В учебных заведениях время доклада, как правило, составляет 5-15 минут.

Цели доклада:

1. Научиться убедительно и кратко излагать свои мысли в устной форме (эффективно продавать свой интеллектуальный продукт).
2. Донести информацию до слушателя, установить контакт с аудиторией и получить обратную связь.

План и содержание доклада

Важно при подготовке доклада учитывать три его фазы: мотивацию, убеждение, побуждение.

В первой фазе доклада рекомендуется использовать:

- риторические вопросы;
- актуальные местные события;
- личные происшествия;
- истории, вызывающие шок;
- цитаты, пословицы;
- возбуждение воображения;
- оптический или акустический эффект;
- неожиданное для слушателей начало доклада.

Как правило, используется один из перечисленных приёмов. Главная цель фазы открытия (мотивации) – привлечь внимание слушателей к докладчику, поэтому длительность её минимальна.

Ядром хорошего доклада является информация. Она должна быть новой и понятной. Важно в процессе доклада не только сообщить информацию, но и убедить слушателей в правильности своей точки зрения.

Третья фаза доклада должна способствовать положительной реакции слушателей. В заключении могут быть использованы:

- обобщение;

- прогноз;
- цитата;
- пожелания;
- объявление о продолжении дискуссии;
- просьба о предложениях по улучшению;
- благодарность за внимание.

Формы контроля и критерии оценок

Доклады выполняются на листах формата А4 в соответствии с представленными в методических рекомендациях требованиями (приложение 3).

Оценка «отлично»

выставляется в случае, когда объем доклада составляет 5-6 страниц, текст напечатан аккуратно, в соответствии с требованиями, полностью раскрыта тема доклада, информация взята из нескольких источников, доклад написан грамотно, без ошибок.

При защите доклада студент продемонстрировал отличное знание материала работы, приводил соответствующие доводы, давал полные развернутые ответы на вопросы и аргументировал их.

Оценка «хорошо»

выставляется в случае, когда объем доклада составляет 4-5 страниц, текст напечатан аккуратно, в соответствии с требованиями, встречаются небольшие опечатки, полностью раскрыта тема доклада, информация взята из нескольких источников, реферат написан грамотно.

При защите доклада студент продемонстрировал хорошее знание материала работы, приводил соответствующие доводы, но не смог дать полные развернутые ответы на вопросы и привести соответствующие аргументы.

Оценка «Удовлетворительно»

в случае, когда объем доклада составляет менее 4 страниц, текст напечатан неаккуратно, много опечаток, тема доклада раскрыта не

полностью, информация взята из одного источника, реферат написан с ошибками.

При защите доклада студент продемонстрировал слабое знание материала работы, не смог привести соответствующие доводы и аргументировать свои ответы.

Оценка «неудовлетворительно»

в случае, когда объем доклада составляет менее 4 страниц, текст напечатан неаккуратно, много опечаток, тема доклада не раскрыта, информация взята из 1 источника, много ошибок в построении предложений.

При защите доклада студент продемонстрировал слабое знание материала работы, не смог раскрыть тему не отвечал на вопросы.

3. ВИД РАБОТЫ: ПОДГОТОВКА К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

Практическое занятие – это одна из форм учебной работы, которая ориентирована на закрепление изученного теоретического материала, его более глубокое усвоение и формирование умения применять теоретические знания в практических, прикладных целях. Особое внимание на практических занятиях уделяется выработке учебных или профессиональных навыков. Такие навыки формируются в процессе выполнения конкретных заданий под руководством и контролем преподавателя.

Этапы подготовки к практическому занятию:

освежите в памяти теоретические сведения, полученные на лекциях и в процессе самостоятельной работы;

ознакомьтесь с примерами оформления решений задач или других практических заданий;

определитесь в особенностях предстоящей практической работы.

4. ВИД РАБОТЫ: НАПИСАТЬ РЕФЕРАТ НА ОПРЕДЕЛЕННУЮ ТЕМУ

Инструкция по выполнению самостоятельной работы

Реферат – краткое изложение в письменном виде или в форме публичного доклада содержания научного труда или трудов, обзор литературы по теме. Изложение материала носит проблемно-тематический характер, показываются различные точки зрения, а также собственные взгляды на проблему. Содержание реферата должно быть логичным. Объём реферата, как правило, от 5 до 15 машинописных страниц. Перед началом работы над рефератом следует наметить план и подобрать литературу. Прежде всего, следует пользоваться литературой, рекомендованной учебной программой, а затем расширить список источников, включая и использование специальных журналов, где имеется новейшая научная информация.

Структура реферата:

- Титульный лист (приложение 1).
- Оглавление.
- Введение (дается постановка вопроса, объясняется выбор темы, её значимость и актуальность, указываются цель и задачи реферата, даётся характеристика используемой литературы).
- Основная часть (состоит из глав и подглав, которые раскрывают отдельную проблему или одну из её сторон и логически являются продолжением друг друга).
- Заключение (подводятся итоги и даются обобщённые основные выводы по теме реферата, делаются рекомендации).
- Список литературы.

Допускается включение таблиц, графиков, схем, как в основном тексте, так и в качестве приложений.

Критерии оценки реферата: соответствие теме; глубина проработки материала; правильность и полнота использования источников; владение терминологией и культурой речи; оформление реферата.

Рефераты могут быть представлены на теоретических занятиях в виде выступлений.

Работа над введением

Введение – одна из составных и важных частей реферата. При работе над введением необходимо опираться на навыки, приобретенные при написании изложений и сочинений. В объеме реферата введение, как правило, составляет 1-2 машинописные страницы. Введение обычно содержит вступление, обоснование актуальности выбранной темы, формулировку цели и задач реферата, краткий обзор литературы и источников по проблеме, историю вопроса и вывод.

Вступление – это 1-2 абзаца, необходимые для начала. Желательно, чтобы вступление было ярким, интригующим, проблемным, а, возможно, тема реферата потребует того, чтобы начать, например, с изложения какого-то определения, типа «политические отношения – это...».

Обоснование актуальности выбранной темы – это, прежде всего, ответ на вопрос: «почему я выбрал(а) эту тему реферата, чем она меня заинтересовала?». Можно и нужно связать тему реферата с современностью.

Краткий обзор литературы и источников по проблеме – в этой части работы над введением необходимо охарактеризовать основные источники и литературу, с которой автор работал, оценить ее полезность, доступность, высказать отношение к этим книгам.

История вопроса – это краткое освещение того круга представлений, которые сложились в науке по данной проблеме и стали автору известны.

Вывод – это обобщение, которое необходимо делать при завершении работы над введением.

Требования к содержанию реферата

Содержание реферата должно соответствовать теме, полно ее раскрывать. Все рассуждения нужно аргументировать. Реферат показывает личное отношение автора к излагаемому. Следует стремиться к тому, чтобы изложение было ясным, простым, точным и при этом выразительным. При изложении материала необходимо соблюдать общепринятые правила:

- не рекомендуется вести повествование от первого лица

единственного числа (такие утверждения лучше выражать в безличной форме);

- при упоминании в тексте фамилий обязательно ставить инициалы перед фамилией;
- каждая глава (параграф) начинается с новой строки;
- при изложении различных точек зрения и научных положений, цитат, выдержек из литературы, необходимо указывать источники, т.е. приводить ссылки.

Правила оформления ссылок

В реферате сведения об использованной литературе приводятся чаще всего в скобках после слов, к которым относятся. В скобках сначала указывается номер книги в списке литературы, а затем через запятую страница. Если ссылка оформляется на цитату из многотомного сочинения, то после номера книги римской цифрой указывается номер тома, а потом номер страницы. Примеры: (1,145); (4,II,38).

Работа над заключением

Заключение – самостоятельная часть реферата. Оно не должно быть переложением содержания работы. Заключение должно содержать:

- основные выводы в сжатой форме;
- оценку полноты и глубины решения тех вопросов, которые вставляли в процессе изучения темы.

Объем 1-2 машинописных или компьютерных листа формата А4.

Оформление приложения

Приложение помещается после заключения и включает материалы, дополняющие основной текст реферата. Это могут быть таблицы, схемы, фрагменты источников, иллюстрации, фотоматериалы, словарь терминов, афоризмы, изречения, рисунки и т.д.

В тексте реферата необходимо делать примечания.

Приложение является желательным, но не обязательным элементом реферата.

Правила оформления библиографических списков

Список литературы помещается в конце реферата и пронумеровывается.

Сведения о книгах в списке литературы излагаются в алфавитном порядке. Сведения о книге даются в следующем порядке:

автор (фамилия, инициалы);

название, подзаголовок;

выходные данные (место издания, издательство и год издания).

Пример: Дадаян А.А. Математика: учебник.- М.: ФОРУМ, 2018.

Требования к оформлению реферата

Текст работы пишется разборчиво на одной стороне листа (формата А4) с широкими полями слева, страницы пронумеровываются. При изложении материала нужно четко выделять отдельные части (абзацы), главы и параграфы начинать с новой страницы, следует избегать сокращения слов.

Если работа набирается на компьютере, следует придерживаться следующих правил (в дополнение к вышеуказанным):

набор текста реферата необходимо осуществлять стандартным 14 шрифтом;

заголовки следует набирать 16 шрифтом (выделять полужирным);

межстрочный интервал полуторный;

разрешается интервал между абзацами;

отступ в абзацах 1-2 см.;

поле левое 2,5 см., остальные 2 см.;

нумерация страницы снизу или сверху посередине листа;

объем реферата 20-24 страницы.

Подготовка к защите и порядок защиты реферата

Необходимо заранее подготовить тезисы выступления (план-конспект).

Порядок защиты реферата:

1. Краткое сообщение, характеризующее задачи работы, ее актуальность, полученные результаты, вывод и предложения.

2. Ответы студента на вопросы преподавателя.
3. Отзыв руководителя-консультанта о ходе выполнения работы.

Советы студенту при защите реферата:

На всю защиту реферата отводится чаще всего около 15 минут. При защите постарайтесь соблюсти приведенные ниже рекомендации.

Вступление должно быть очень кратким. Строго следите за точностью своих выражений и правильностью употребления терминов.

Не пытайтесь рассказать больше за счет ускорения темпа, но и не мямлите.

Будьте особенно внимательны ко всем вопросам преподавателя, не бойтесь дополнительных вопросов – чаще всего преподаватель использует их как один из способов помочь Вам или сэкономить время.

Прежде чем отвечать на дополнительный вопрос, необходимо сначала правильно его понять. Для этого нужно хотя бы немного подумать, иногда переспросить, уточнить: правильно ли Вы поняли поставленный вопрос. И при ответе следует соблюдать тот же принцип экономности мышления, а не высказывать без разбора все, что Вы можете сказать.

Будьте доброжелательны и тактичны.

Форма контроля и критерии оценки реферата.

Рефераты выполняются на листах формата А4 в соответствии с представленными в методических рекомендациях требованиями.

Оценка «отлично»

выставляется в случае, когда объем реферата составляет 10-12 страниц, текст напечатан аккуратно, в соответствии с требованиями, полностью раскрыта тема реферата, отражена точка зрения автора на рассматриваемую проблему, реферат написан грамотно, без ошибок. При защите реферата студент продемонстрировал отличное знание материала работы, приводил соответствующие доводы, давал полные развернутые ответы на вопросы и аргументировал их.

Оценка «хорошо»

выставляется в случае, когда объем реферата составляет 8- 10 страниц, текст напечатан аккуратно, в соответствии с требованиями, встречаются небольшие опечатки, полностью раскрыта тема реферата, отражена точка зрения автора на рассматриваемую проблему, реферат написан грамотно. При защите реферата студент продемонстрировал хорошее знание материала работы, приводил соответствующие доводы, но не смог дать полные развернутые ответы на вопросы и привести соответствующие аргументы.

Оценка «удовлетворительно»

в случае, когда объем реферата составляет менее 8 страниц, текст напечатан неаккуратно, много опечаток, тема реферата раскрыта не полностью, не отражена точка зрения автора на рассматриваемую проблему, реферат написан с ошибками. При защите реферата студент продемонстрировал слабое знание материала работы, не смог привести соответствующие доводы и аргументировать на свои ответы.

Оценка «неудовлетворительно»

в случае, когда объем реферата составляет менее 5 страниц, текст напечатан неаккуратно, много опечаток, тема реферата не раскрыта, не отражена точка зрения автора на рассматриваемую проблему, много ошибок в построении предложений. При защите реферата студент продемонстрировал слабое знание материала работы, не смог раскрыть тему не отвечал на вопросы.

5. ВИД РАБОТЫ: ПОДГОТОВИТЬ ПРЕЗЕНТАЦИЮ НА ТЕМУ

Инструкция по выполнению самостоятельной работы

Правила оформления компьютерных презентаций

Рекомендации по оформлению и представлению на экране материалов различного вида.

Текстовая информация

размер шрифта: 24-54 пункта (заголовки), 18-36 пунктов (обычный текст);

цвет шрифта и цвет фона должны контрастировать (текст должен хорошо читаться), но не резать глаза;

тип шрифта: для основного текста гладкий шрифт без засечек (Arial, Tahoma, Verdana), для заголовка можно использовать декоративный шрифт, если он хорошо читаем;

курсив, подчеркивание, жирный шрифт, прописные буквы рекомендуется использовать только для смыслового выделения фрагмента текста.

Графическая информация

рисунки, фотографии, диаграммы призваны дополнить текстовую информацию или передать ее в более наглядном виде;

желательно избегать в презентации рисунков, не несущих смысловой нагрузки, если они не являются частью стилового оформления;

цвет графических изображений не должен резко контрастировать с общим стилизованным оформлением слайда;

иллюстрации рекомендуется сопровождать пояснительным текстом;

если графическое изображение используется в качестве фона, то текст на этом фоне должен быть хорошо читаем.

Рекомендации к содержанию презентации.

По содержанию

На слайдах презентации не пишется весь тот текст, который произносит докладчик (во-первых, в этом случае сам факт произнесения доклада теряет смысл, так как аудитория обычно умеет читать, а во-вторых, длинный текст на слайде плохо воспринимается и только мешает слушанию и пониманию смысла).

Текст на слайде должен содержать только ключевые фразы (слова), которые докладчик развивает и комментирует устно.

По оформлению

На первом слайде пишется не только название презентации, но и имена авторов (в ученическом случае – и руководителя проекта) и дата создания.

Каждая прямая цитата, которую комментирует или даже просто приводит докладчик (будь то эпиграф или цитаты по ходу доклада) размещается на отдельном слайде, обязательно с полной подписью автора (имя и фамилия, инициалы и фамилия, но ни в коем случае – одна фамилия, исключение – псевдонимы). Допустимый вариант – две небольшие цитаты на одну тему на одном слайде, но не больше.

Все схемы и графики должны иметь названия, отражающие их содержание.

Подбор шрифтов и художественное оформление слайдов должны не только соответствовать содержанию, но и учитывать восприятие аудитории. Например, сложные рисованные шрифты часто трудно читаются, тогда как содержание слайда должно восприниматься все сразу – одним взглядом.

На каждом слайде выставляется номер слайда.

В конце презентации представляется список использованных источников, оформленный по правилам библиографического описания.

Правила хорошего тона требуют, чтобы последний слайд содержал выражение благодарности тем, кто прямо или косвенно помогал в работе над презентацией.

Кино и видеоматериалы оформляются титрами, в которых указываются:

название фильма (репортажа),

год и место выпуска,

авторы идеи и сценария,

руководитель проекта,

Общие правила оформления презентации

Дизайн

Выберите готовый дизайн или создайте свой так, чтобы он соответствовал Вашей теме, не отвлекал слушателей.

Титульный лист

1. Название презентации.

2. Автор: ФИО, студента, место учебы, год.

3. Логотип (по желанию).

Второй слайд «Содержание» – список основных вопросов, рассматриваемых в содержании. Лучше оформить в виде гиперссылок (для интерактивности презентации).

Заголовки

1. Все заголовки выполнены в едином стиле (цвет, шрифт, размер, начертание).

2. В конце точка НИКОГДА не ставится (наверное, можно сделать исключение только для учеников начальной школы).

3. Анимация, как правило, не применяется.

Текст

1. Форматируется по ширине.

2. Размер и цвет шрифта подбираются так, чтобы было хорошо видно.

3. Подчеркивание НЕ используется, т.к. оно в документе указывает на гиперссылку.

4. Элементы списка отделяются точкой с запятой. В конце обязательно ставится точка.

5. На схемах текст лучше форматировать по центру.

6. В таблицах – по усмотрению автора.

7. Обычный текст пишется без использования маркеров списка.

8. Выделяйте главное в тексте другим цветом (желательно все в едином стиле).

Графика

1. Используйте четкие изображения с хорошим качеством.

2. Лучше растровые изображения (в формате jpg) заранее обработать в любом графическом редакторе для уменьшения размера файла. Если такой возможности нет, используйте панель «Настройка изображения».

Анимация

Используйте только в том случае, когда это действительно необходимо.

Лишняя анимация только отвлекает.

Список литературы

1. Сначала указывается фамилия (в алфавитном порядке) и инициалы.
2. Пишется название источника (без кавычек).
3. Ставится тире и указывается место издания.
4. Через двоеточие указывается издательство (без кавычек).
5. После запятой пишется год издания.

Правила оформления презентаций

1. Общие требования к смыслу и оформлению:

Всегда необходимо отталкиваться от целей презентации и от условий прочтения. Презентации должны быть разными – своя на каждую ситуацию. Презентация для выступления, презентация для отправки по почте или презентация для личной встречи значительно отличаются;

Представьте себя на месте просматривающего.

2. Общий порядок слайдов:

Титульный;

План презентации (практика показывает, что 5-6 пунктов — это максимум, к которому не следует стремиться);

Основная часть;

Заключение (выводы);

Спасибо за внимание (подпись).

3. Требования к оформлению диаграмм:

У диаграммы должно быть название или таким названием может служить заголовок слайда;

Диаграмма должна занимать все место на слайде;

Линии и подписи должны быть хорошо видны.

4. Требования к оформлению таблиц:

Название для таблицы;

Читаемость;

Отличие шапки от основных данных.

5. Последний слайд (любое из перечисленного):

Спасибо за внимание;

Вопросы;

Подпись;

Контакты.

Форма контроля и критерии оценки

Презентацию необходимо предоставить преподавателю для проверки в электронном виде.

Оценка *«отлично»*

выставляется в случае, если презентация выполнена аккуратно, примеры проиллюстрированы, полностью освещены все обозначенные вопросы.

Оценка *«хорошо»*

выставляется в случае, если работа содержит небольшие неточности .

Оценка *«удовлетворительно»*

в случае, если презентация выполнена неаккуратно, не полностью освещены заданные вопросы.

Оценка *«неудовлетворительно»*

работа выполнена небрежно, не соблюдена структура, отсутствуют иллюстрации.

6. ВИД РАБОТЫ: СОСТАВИТЬ КРОССВОРД ПО ТЕМЕ

Инструкция по выполнению самостоятельной работы

Правила составления кроссвордов:

1. Составьте список (перечень) слов, которые должны войти в кроссворд.
2. Для этого найдите в своем конспекте основные понятия и подчеркните их.
3. Выпишите эти понятия на отдельный лист, желательно в клетку.

4. Подчеркните в них одинаковые повторяющиеся буквы.
5. Расположите слова так, чтобы повторяющиеся буквы одновременно использовались в словах, написанных по вертикали и по горизонтали.
6. Пронумеруйте слова.
7. В соответствии с номерами выпишите определения понятий.
8. Начертите сетку кроссворда (количество клеток должно соответствовать количеству букв в слове).
9. Разметьте сетку кроссворда цифрами (номерами понятий).
10. Оформите кроссворд. Подпишите его.
11. Слова-задания – это существительные в единственном числе, именительном падеже;
12. Слов должно быть достаточно много (как правило, более 20), чтобы как можно полнее охватить всю тему (допустимо использование терминов из других тем и разделов, логически связанных с изучаемой темой).

Оформление кроссворда состоит из трех частей: заданий, кроссворда с решением, того же кроссворда без решения.

Кроссворд оформляется на листах формата А4 (приложение 2).

Форма контроля и критерии оценки

Составленные кроссворды проверяются и оцениваются.

Критерии оценки:

смысловое содержание;

грамотность;

выполнение правил составления кроссвордов;

эстетичность.

При оценке кроссворда учитывается точность формулировок. Если определение понятий записано неточно, оценка снижается. Преподаватель анализирует ошибки, допущенные учащимися в процессе работы над дидактическим кроссвордом, и включает понятия, требующие дальнейшего запоминания, в следующие варианты кроссворда для решения.

Оценка «отлично»

выставляется в случае полного выполнения работы, отсутствия ошибок, грамотного текста, точность формулировок и т.д.

Оценка «хорошо»

выставляется в случае полного выполнения всего объема работ при наличии несущественных ошибок, не повлиявших на общий результат работы и т.д.

Оценка «удовлетворительно»

выставляется в случае недостаточно полного выполнения всех разделов работы, при наличии ошибок, которые не оказали существенного влияния на окончательный результат, при очень ограниченном объеме используемых понятий и т.д.

Оценка «неудовлетворительно»

выставляется в случае, если допущены принципиальные ошибки, работа выполнена крайне небрежно и т.д.

Введение

Самостоятельная работа № 1 (1 час)

Сообщение, презентация по теме: «Математика в профессиональной деятельности» (привести примеры, задачи профессионального характера).

Раздел 1. Линейная алгебра

Самостоятельная работа № 2 (4 часа)

Представление комплексных чисел в алгебраической, тригонометрической и показательной формах.

Цель: научиться переводить комплексные числа из алгебраической в тригонометрическую и показательную формы.

Самостоятельная работа: индивидуальная домашняя работа. Работа с литературой.

Форма контроля: проверка индивидуальной домашней работы.

Виды заданий:

1. Представить числа в тригонометрической форме.
2. Представить числа в показательной форме.

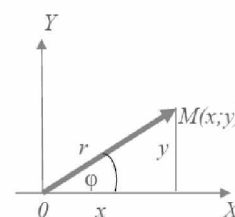
Теоретический материал. Пример выполнения работы

Число вида $z=x-iy$, где x и y – любые действительные числа, а i – мнимая единица, определяемая равенством $i^2=-1$, называется комплексным числом.

Числа x и y называются соответственно действительной и мнимой частями комплексного числа z и обозначаются: $x=Re z$, $y=Im z$.

Запись комплексного числа в виде $z=x-iy$ называется алгебраической формой комплексного числа.

Комплексное число $z=x+iy$ может быть изображено в декартовой координатной плоскости XOY либо точкой с абсциссой x и ординатой y , либо радиус-вектором этой точки.



Длина этого вектора называется **модулем** комплексного числа z и обозначается $|z|$ или r :

$$|z| = r = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Угол, образованный этим вектором с положительным направлением действительной оси Ox , называется **аргументом** числа z и обозначается $Argz$.

Величина $Arg z$ многозначна и определена с точностью до числа, кратного. Значение $Arg z$, заключенное в пределах от $-\pi$ до π , называется **главным** и обозначается $Arg z$ или φ :

$$-\pi < argz \leq \pi, \quad tg\varphi = \frac{y}{x}.$$

Два комплексных числа $z=x_1-iy_1$ и $z_2=x_2-iy_2$ считаются **равными**, если соответственно равны их действительные и мнимые части:

$$x_1=x_2, y_1=y_2.$$

Два комплексных числа $z=x+iy$ и $\bar{z}=x-iy$, отличающиеся только знаком мнимой части, называются **сопряженными**.

Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа $z=x+iy$ имеют вид:

$$z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi), \quad z = re^{i\varphi},$$

где r и φ – соответственно модуль и главное значение аргумента комплексного числа z .

Пример. Представить в тригонометрической и показательной формах комплексное число $z=3+i$.

Решение:

1) Находим модуль комплексного числа:

$$|z| = r = |3 + \sqrt{3}i| = \sqrt{3^2 + (\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{3}.$$

Находим главное значение аргумента комплексного числа z :

Так как вектор, изображающий число z лежит в I четверти и $tg\varphi = \frac{\sqrt{3}}{3}$, то

$$\varphi = \frac{\pi}{6}.$$

2) Находим тригонометрическую форму: $z = 2\sqrt{3} (\cos \pi/6 + i \sin \pi/6)$, показательную форму: $z = 2\sqrt{3} e^{i\pi/6}$.

Задания для самостоятельной работы

Представить в тригонометрической и показательной формах следующие комплексные числа:

	1 вариант	2 вариант	3 вариант	4 вариант
1	$1-i$	$-1-i$	$-2+2i$	$-2-i$
2	$\sqrt{3}-i$	$\sqrt{6}-\sqrt{2}i$	$-\sqrt{6}-2i$	$\sqrt{3}-\sqrt{2}i$
3	$-\sqrt{3}+i$	$-\sqrt{6}+\sqrt{2}i$	$\sqrt{6}+\sqrt{3}i$	$-\sqrt{3}+\sqrt{2}i$
4	$5+4i$	$-3+2i$	$5-2i$	$-5+2i$

Критерии оценивания:

Оценка «5» ставится при сданной в срок работе, все 4 задания выполнены верно, работа оформлена подробно и аккуратно;

оценка «4» ставится при 3 верно выполненных заданиях, работа оформлена подробно и аккуратно.

оценка «3» ставится при выполненных верно 2 заданиях, работа может быть сдана не в срок.

оценка «2» ставится, если работа выполнена неверно или выполнено верно 1 задание.

Литература:

1. Баврин И.И. Математика для технических колледжей и техникумов: учебник и практикум для СПО.– М.: Издательство Юрайт, 2020.
2. Дорофеева А.В. Математика: учебник для СПО.– М.: Издательство Юрайт, 2020.

Раздел 2. Основы дискретной математики

Самостоятельная работа № 3 (4 часа)

Теория множеств и теория графов

Цель: закрепить навыки по выполнению действий над множествами.

Самостоятельная работа: индивидуальная домашняя работа. Работа с

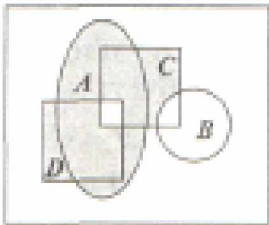
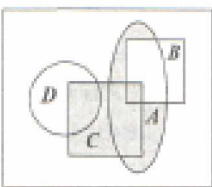
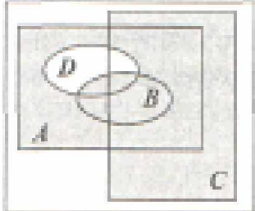
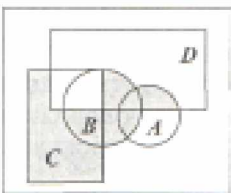
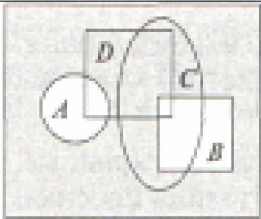
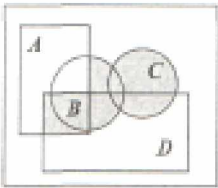
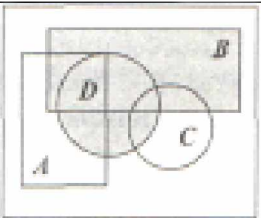
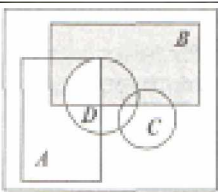
литературой.

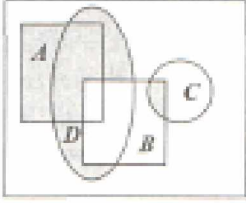
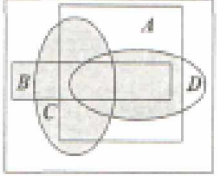
Форма контроля: проверка индивидуальной домашней работы.
 Проверка конспекта «Построение совершенной нормальной дизъюнктивной и конъюнктивной формы».

Виды заданий:

1. Найти разность множеств
2. Найти пересечение множеств
3. Найти объединение множеств

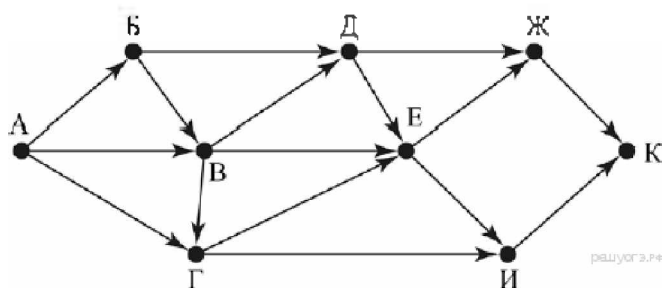
Варианты заданий:

№	Задание	№	Задание
1		6	
2		7	
3		8	
4		9	

5		10	
---	---	----	--

4. Решить задачи.

а) На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, И, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город К, проходящих через город Г?



б) В некоторой стране 12 городов. Из каждого города выходят четыре дороги, соединяющие его с другими четырьмя городами. Сколько всего дорог в этой стране?

в) Два игрока играют в следующую игру. Перед ними лежит куча из 6 камней. Игроки берут камни по очереди. За один ход можно взять 1, 2 или 3 камня. Проигрывает тот, кто забирает последний камень. Кто выигрывает при безошибочной игре обоих игроков – игрок, делающий первый ход, или игрок, делающий второй ход? Каким должен быть первый ход выигрывающего игрока? Ответ обоснуйте, построив дерево игры.

Критерии оценивания:

Оценка «5» ставится при сданной в срок работе, все задания выполнены верно, работа оформлена подробно и аккуратно;

оценка «4» ставится при 2 верно выполненных заданиях, работа оформлена подробно и аккуратно

оценка «3» ставится при выполненном верно 1 задании, работа может быть сдана не в срок.

оценка «2» ставится, если домашняя контрольная работа выполнена неверно.

Литература:

1. Баврин И.И. Дискретная математика: Учебник и задачник для СПО.– М.: Издательство ЮРАЙТ, 2020.
2. Дорофеева А.В. Математика. Сборник задач. Учебно-практическое пособие для СПО.– М.: Издательство Юрайт, 2020.

Раздел 3. Математический анализ

Тема 3.1. Дифференциальное и интегральное исчисление

Самостоятельная работа № 4 (2 часа)

Производные функций первого и второго порядков, исследование функций с помощью производной. Вычисление интегралов

Цель: закрепить навыки по вычислению производных функций первого и второго порядков, по исследованию функций с помощью производной.

Самостоятельная работа: индивидуальная домашняя работа.

Форма контроля: проверка контрольной работы.

Виды заданий:

1. Найти производные функций
2. Составить уравнение касательной к графику функции в заданной точке
3. Найти промежутки возрастания и убывания функции
4. Исследовать функцию и построить график

Пример выполнения работы:

Обозначения: C – постоянная, x – аргумент, u , v , w – функции от x , имеющие производные.

Основные правила дифференцирования

1. $(u+v-w)'=u'+v'-w'$
2. $(u \cdot v)'=u'v+uv'$
3. $(cv)'=c \cdot v'$

$$4. \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

Примеры:

1. $y' = (3^x - 2x^5 + e^2)' = (3^x)' - 2 \cdot (x^5)' + (e^2)' = 3^x \ln 3 - 10x^4;$
2. $y' = (2^x \cdot x^3)' = (2^x)' \cdot (x^3) + (2^x) \cdot (x^3)' = 2^x \ln 2 \cdot x^3 + 2^x \cdot 3x^2;$
3. $y' = \left(\frac{x^2}{2-x^2}\right)' = \frac{(x^2)'(2-x^2) - x^2(2-x^2)'}{(2-x^2)^2} = \frac{2x(2-x^2) - x^2 \cdot (-2x)}{(2-x^2)^2} = \frac{4x - 2x^3 + 2x^3}{(2-x^2)^2} = \frac{4x}{(2-x^2)^2}$

Производная сложной функции

Пусть дана сложная функция $y = g(u)$, где $u = f(x)$.

Если функция $u = f(x)$ дифференцируема в некоторой точке x , а функция $y = g(u)$ определена на множестве значений функции $f(x)$ и дифференцируема в точке $u = f(x)$, то сложная функция $y = g(f(x))$ в данной точке x имеет производную, которая находится по формуле

$$y' = g'(u) f'(x).$$

Пример: $y' = ((1+x^2)^5)' = 5 \cdot (1+x^2)^4 \cdot 2x.$

Приложение производной к исследованию функций. Касательная и нормаль к плоской кривой. Скорость и ускорение. Касательная и нормаль к плоской кривой.

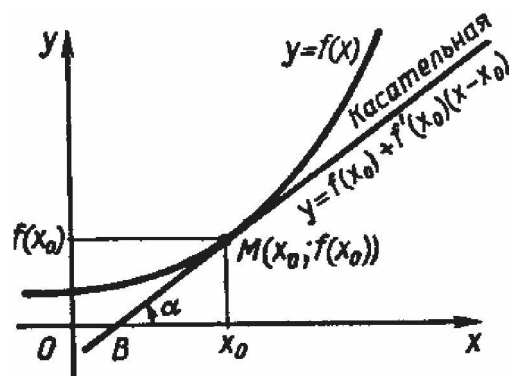
Геометрический смысл производной состоит в том, что значение производной функции в точке равно угловому коэффициенту касательной к графику функции в этой точке. $k = f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha.$

Уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке $M(x_0; f(x_0))$ имеет вид $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0).$

Прямая, перпендикулярная касательной в точке касания $M(x_0; f(x_0))$, называется *нормалью* к кривой.

Возрастание и убывание функции. Экстремум функции. Наибольшее и наименьшее значения функции.

Интервалы, на которых функция



только возрастает или же только убывает, называются *интервалами монотонности* функции, а сама функция называется *монотонной* на этих интервалах.

Функция $y=f(x)$ имеет максимум $x=a$, если при всех x , достаточно близких к a , выполняется неравенство $f(a)>f(x)$.

Признаки максимума:

1. $f'(a)=0$;
2. $f'(x)$ при переходе аргумента через $x=a$, меняет знак с «+» на «-».

Функция $y=f(x)$ имеет минимум $x=a$, если при всех x , достаточно близких к a , выполняется неравенство $f(a)<f(x)$.

Признаки минимума:

1. $f'(a)=0$;
2. $f'(x)$ при переходе аргумента через $x=a$, меняет знак с «-» на «+».

Наибольшее и наименьшее значения функции

Пусть функция $y=f(x)$ непрерывна на отрезке $[a;b]$. Тогда она принимает как наибольшее, так и наименьшее значения на этом отрезке.

При решении этой задачи возможны два случая:

- 1) либо наибольшее (наименьшее) значение функции достигается внутри отрезка и тогда эти значения окажутся в числе экстремумов функции;
- 2) либо наибольшее (наименьшее) значение функции достигается на концах отрезка $[a;b]$.

Правило нахождения наибольшего и наименьшего значения непрерывной на отрезке $[a;b]$ функции:

1. Найти все критические точки, принадлежащие промежутку $[a;b]$, и вычислить значения функции в этих точках.
2. Вычислить значения функции на концах отрезка $[a;b]$, т.е. найти $f(a)$ и $f(b)$.
3. Сравнить полученные результаты; наибольшее из найденных значений является наибольшим значением функции на отрезке $[a;b]$;

аналогично, наименьшее из найденных значений есть наименьшее значение функции на этом отрезке.

Например. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=x^5-5x^4-5x-3$ на отрезке $[-1;2]$.

Решение:

1. Находим критические точки, принадлежащие интервалу $(-1;2)$ и значения функции в этих точках:

$$y'=5x^4-20x^3+15x^2; 5x^4-20x^3+15x^2=0; 5x^2(x^2-4x+3)=0; x_1=0, x_2=1, x_3=3.$$

Критическая точка $x_3=3$ не принадлежит заданному отрезку.

2. Вычисляем значения функции в двух других критических точках:
 $y(0)=3, y(1)=4$.

3. Вычислим значения функции на концах заданного отрезка: $y(-1)=-8$,
 $y(2)=-5$.

4. Сравнивая полученные результаты, делаем вывод, что $\max_{[-1,2]} y = y(1) = 4$, $\min_{[-1,2]} y = y(-1) = -8$.

Исследование функций и построение их графиков

Схема исследования функции и построения её графика:

1) найти область определения функции и определить точки разрыва, если они имеются;

2) исследовать функцию на четность и нечетность;

3) исследовать функцию на периодичность;

4) определить точки пересечения с осями координат, если это возможно;

5) найти критические точки функции;

6) определить промежутки монотонности и экстремумы функции;

7) определить промежутки вогнутости и выпуклости кривой и найти точки перегиба;

8) найти асимптоты графика функции;

9) используя результаты исследования, соединить полученные точки плавной кривой; иногда для большей точности графика находят несколько

дополнительных точек; их координаты вычисляют, пользуясь уравнением кривой.

Пример. Исследовать функцию $y=x^3-6x^2-9x-3$ и построить её график.

Решение:

1) функция определена на всей числовой прямой, т.е. $D(y)=R$;

2) $y(-x)=(-x)^3-6(-x)^2+9(-x)-3=-x^3-6x^2-9x-3$, функция не является ни четной, ни нечетной;

3) функция не является периодической;

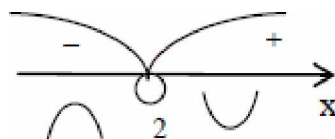
4) найдем точку пересечения графика с осью OY : полагая $x=0$, получим $y=-3$; точки пересечения графика с осью OX в данном случае найти затруднительно.

5) найдем производную $f'(x)=3x^2-12x-9$; найдем критические точки $f'(x)=0, 3x^2-12x+9=0$, получим $x=1$ и $x=3$ – критические точки.

6) в промежутках $(-\infty; 1)$ и $(3; +\infty)$ $y'>0$, функция возрастает; в промежутке $(1; 3)$ $y'<0$, функция убывает. При переходе через точку $x=1$ производная меняет знак с плюса на минус, а при переходе через точку $x=3$ – с минуса на плюс. Значит $y_{max}=y(1)=1$, $y_{min}=y(3)=-3$.



7) найдем вторую производную $y''=6x-12$, $y''=0$, $6x-12=0$, $x=2$; в промежутке $(-\infty; 2)$ $y''<0$, кривая выпукла вверх, в промежутке $(2; +\infty)$ $y''>0$, кривая выпукла вниз.

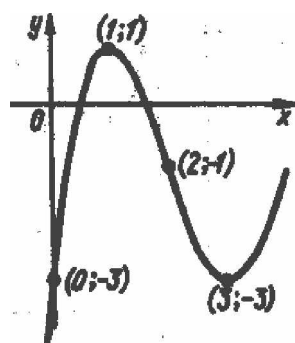


Получаем точку перегиба $(2; -1)$.

8) график

9) используя

искомый график.



функции асимптот не имеет;

полученные данные, строим

Индивидуальная контрольная работа

1 вариант

1. Найти производную функции:

а) $f(x) = \cos^3(x^2 + 8)$; б) $f(x) = \frac{3x^3}{(4x - 2)^3}$; в) $f(x) = \sin^3(4x^2 + 3x - 8)$.

2. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: $f(x) = 3x - x^3$.

2 вариант

1. Найти производную функции:

а) $f(x) = 3(x^5 - 7x^3 + 1)^4$; б) $f(x) = \frac{(x^3 - 1)^4}{x^3}$; в) $f(x) = 4\ln(x^6 - 5) - 5x + 2$.

2. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: $f(x) = x^3 - 12x$.

3 вариант

1. Найти производную функции:

а) $f(x) = 3(5x^2 - x + 4)^6$; б) $f(x) = 2\ln(x^6 + 5)$; в) $f(x) = \cos^4(4x - x^2)$.

2. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: $f(x) = x^3 - 12x$.

4 вариант

1. Найти производную функции:

а) $f(x) = tg^4(x - x^2)$; б) $f(x) = 3^{\cos 5x + 2}$; в) $f(x) = (x^2 - 1) \cdot (x - 3)^4$.

2. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: $f(x) = 5x - x^3$.

5 вариант

1. Найти производную функции:

а) $f(x) = \sin^3(x-3)$; б) $f(x) = (x^2-1) \cdot (x-3)$; в) $f(x) = 3^{\cos 5x-2}$.

2. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: $f(x) = x^3 - 3x - 1$.

6 вариант

1. Найти производную функции:

а) $f(x) = 6(x^2 - 4x^3 + 12)^4$; б) $f(x) = \ln(x^3 - 4x)$; в) $f(x) = \frac{4x^3}{(8x-2)^3}$.

2. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: $f(x) = 2 - x^3$.

7 вариант

1. Найти производную функции:

а) $f(x) = \cos^2(x^2 + x - 1)$; б) $f(x) = 2^{\sin 3x - 2}$; в) $f(x) = \sin^3(x-3)$.

2. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: $f(x) = 1 - 4x - x^3$.

8 вариант

1. Найти производную функции:

а) $f(x) = (2x^6 - 3x^4 + 1)^4$; б) $f(x) = \frac{(x^2 + 2)^4}{x^2}$; в) $f(x) = (x^2 - 1) \cdot (x + 3)^4$.

2. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: $f(x) = x^3 - x - 3$.

9 вариант

1. Найти производную функции:

а) $f(x) = (x^3 - 6) \cdot (x + 4)^2$; б) $f(x) = \frac{(x^2 + 1)^2}{x^2 - 2}$; в) $f(x) = \sin^3(4x^2 + 3x - 8)$.

2. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: $f(x) = 4x^3 - 6x^2$.

10 вариант

1. Найти производную функции:

а) $f(x) = \sin(x^2 + 5)$; б) $f(x) = \frac{(x^3 + 10)}{x^3}$; в) $f(x) = 4 \ln(x^6 - 5) - 5x - 2$.

2. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график: $f(x)=3x^2-x^3$.

Критерии оценивания:

Оценка «5» ставится при сданной в срок работе, все 4 задания выполнены верно, построен график функции верно, работа оформлена подробно и аккуратно;

оценка «4» ставится при 3 верно выполненных заданиях, построен график функции верно, работа оформлена подробно и аккуратно;

оценка «3» ставится при выполненных верно 2 заданиях, но исследование функции проведено верно, работа может быть сдана не в срок;

оценка «2» ставится, если домашняя контрольная работа выполнена неверно.

Используемая литература:

1. Гончаренко В.М., Липагин Л.В., Рылов А.А. Элементы высшей математики: учебник.– М.: КНОРУС, 2020.
2. Дорофеева А.В. Математика. Сборник задач. Учебно-практическое пособие для СПО.– М.: Издательство Юрайт, 2020.

Самостоятельная работа № 4 (2 часа)

Производные функций первого и второго порядков, исследование функций с помощью производной. Вычисление интегралов

Цель: закрепить навыки по вычислению интегралов различными способами.

Самостоятельная работа: индивидуальная домашняя работа

Форма контроля: проверка работы

Виды заданий:

1. Вычислить неопределенный интеграл.
2. Вычислить определенный интеграл.
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями.
4. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси.

1. Первообразная функция и неопределенный интеграл

Пусть $y=F(x)$ имеет производную $y'=f(x)$, тогда ее дифференциал $dy=f(x)dx$.

Функция $F(x)$ по отношению к ее дифференциалу $f(x)dx$ называется *первообразной*.

Определение: Функция $F(x)$ называется *первообразной* для функции $f(x)$ на заданном промежутке, если для всех x из этого промежутка $F'(x)=f(x)$. Дифференциалу функции соответствует не единственная первообразная, а множество их, причем они отличаются друг от друга постоянным слагаемым.

Пусть $F(x)$ – первообразная для дифференциала $f(x)dx$.

Тогда, $(F(x)-C)'=F'(x)-C'=f(x)-0=f(x)$, где C – постоянная.

Определение: совокупность всех первообразных функций $F(x)-C$ для дифференциала $f(x)dx$ называется *неопределенным интегралом* и обозначается $\int f(x)dx$.

$\int f(x)dx = F(x) + C$, где $f(x)dx$ – подынтегральное выражение, C – постоянная интегрирования.

Процесс нахождения первообразной называется интегрированием.

Формулы интегрирования

Справедливость каждой формулы проверяется дифференцированием.

$$1. \int dx = x + c$$

$$2. \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, n \neq -1$$

$$3. \int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + c$$

$$4. \int \frac{dx}{x} = \ln|x| + c$$

$$5. \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$$

$$6. \int e^x dx = e^x + c$$

$$7. \int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$8. \int \cos x dx = \sin x + c$$

$$9. \int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + c$$

$$10. \int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + c$$

$$11. \int \operatorname{tg} x dx = -\ln|\cos x| + c$$

$$12. \int \operatorname{ctg} x dx = \ln|\sin x| + c$$

$$13. \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + c$$

$$14. \int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x + c$$

$$15. \int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + c$$

$$16. \int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a} \cdot \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + c$$

$$17. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln|x + \sqrt{x^2 \pm a^2}| + c$$

$$18. \int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \cdot \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + c$$

$$19. \int \frac{dx}{\sin x} = \ln \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right| + c$$

$$20. \int \frac{dx}{\cos x} = \ln \left| \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right) \right| + c$$

Непосредственное интегрирование

При непосредственном интегрировании следует пользоваться таблицей интегралов. Интегрируя функции, содержащие переменную в знаменателе дроби или под знаком радикала, нужно вводить степень с отрицательным или дробным показателем, привести подынтегральное выражение к виду какого-либо табличного интеграла.

При интегрировании произведения в ряде случаев полезно предварительно раскрыть скобки.

Интегрирование методом подстановки.

Если интеграл затруднительно привести к табличному с помощью элементарных преобразований, то в этом случае пользуются методом подстановки (методом замены переменной интегрирования).

Сущность этого метода заключается в том, что путем введения новой переменной удастся свести данный интеграл к новому интегралу, который

сравнительно легко берется непосредственно.

Для интегрирования методом подстановки можно использовать следующую схему:

- 1) часть подынтегральной функции надо заменить новой переменной;
- 2) найти дифференциал от обеих частей замены;
- 3) все подынтегральное выражение выразить через новую переменную (после чего должен получиться табличный интеграл);
- 4) найти полученный табличный интеграл;
- 5) сделать обратную замену.

2. Определенный интеграл

Определенный интеграл $\int_a^b f(x)dx$ от неотрицательной функции $y=f(x)$ с геометрической точки зрения равен площади криволинейной трапеции, ограниченной сверху графиком функции $y=f(x)$, слева и справа – отрезками прямых $x=a$, $x=b$, снизу отрезком $[a; b]$ оси Ox .

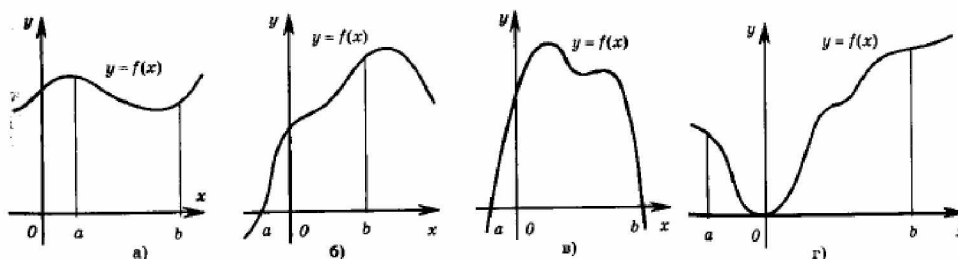
3. Приложения определенного интеграла

Вычисление площадей

Фигура, ограниченная кривой $y = f(x)$, осью абсцисс и двумя прямыми, перпендикулярными к оси абсцисс, называется *криволинейной трапецией*. Отрезок $[a; b]$ называется основанием криволинейной трапеции. Различные примеры криволинейных трапеций приведены на рисунках а – г.

Площадь фигуры, ограниченной кривой $y=f(x)$, где $f(x)>0$, осью Ox и двумя прямыми $x=a$ и $x=b$, выражается определенным интегралом:

$$S = \int_a^b f(x)dx$$



Пример 1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой $y = 4 - x^2$ и $y = x^2 - 2x$.

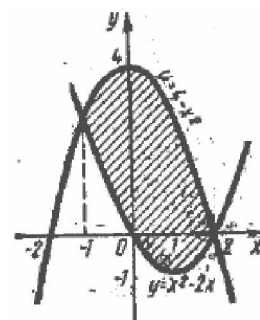
Решение:

Найдем пределы интегрирования, т.е. абсциссы точек пересечения графиков функций $y = 4 - x^2$ и $y = x^2 - 2x$. Для этого

решим систему
$$\begin{cases} y = 4 - x^2 \\ y = x^2 - 2x \end{cases}$$

Имеем $4 - x^2 = x^2 - 2x$, $2x^2 - 2x - 4 = 0$
 $x^2 - x - 2 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2}, \quad x_1 = -1, x_2 = 2$$



Искомую площадь вычисляем по формуле $S = \int [f_1(x) - f_2(x)] dx$

$$\begin{aligned} S &= \int_{-1}^2 (4 - x^2 - x^2 + 2x) dx = \int_{-1}^2 (4 - 2x^2 + 2x) dx = 4 \int_{-1}^2 dx - 2 \int_{-1}^2 x^2 dx + 2 \int_{-1}^2 x dx = \\ &= 4x \Big|_{-1}^2 - 2 \frac{x^3}{3} \Big|_{-1}^2 + 2 \frac{x^2}{2} \Big|_{-1}^2 = 4(2+1) - \frac{2}{3}(8+1) + 4 - 1 = 12 - 6 + 3 = 9 \end{aligned}$$

$S = 9$ кв.ед.

Индивидуальная контрольная работа

1. Найдите неопределенные интегралы:

1. $\int (4x^2 + 4x - 5) dx;$

2. $\int \frac{x dx}{2\sqrt{x}};$

3. $\int \frac{\sqrt[3]{x}-3}{\sqrt{x}} dx;$

4. $\int (3x^5 - \cos x - 1) dx;$

5. $\int \frac{t^2 dt}{\sqrt[3]{5-2t^3}};$

6. $\int \left(\frac{2}{\cos^2 x} - \frac{5}{\sin^2 x} \right) dx;$

7. $\int \frac{1-6x+4x^2}{x^2} dx;$

8. $\int (2^x - 3e^x + x) dx;$

9. $\int 3^{2+x^2} x dx;$

10. $\int \frac{x^{-\frac{1}{2}+2}}{\sqrt{x}} dx;$

11. $\int \frac{5-\sqrt[3]{x^2}}{x} dx;$

12. $\int \left(\frac{1}{5\cos^2 x} - \frac{x}{2} + \frac{2}{x} \right) dx;$

13. $\int x \cdot 2^{x^2} dx;$

14. $\int \frac{3x^2 dx}{(2-x^3)^4};$

15. $\int \frac{x^{\frac{1}{3}-1}}{\sqrt[3]{x^2}} dx;$

16. $\int \left(2 - \frac{1}{3\sin^2 x} - x^2 \right) dx;$

17. $\int \sqrt[4]{(2 - \sin x)^3} \cos x dx;$

18. $\int \frac{x^2-2x+3}{x\sqrt{x}} dx;$

19. $\int \left(\frac{x}{3} - \frac{3}{x} + 5e^x \right) dx;$

20. $\int \frac{2-\sqrt[3]{x}}{x\sqrt[3]{x^2}} dx;$

21. $\int (5^x - 1)(5^{-x} + 1)dx;$

22. $\int \frac{\cos^2 x + 3}{\cos^2 x} dx;$

23. $\int \frac{x\sqrt{x} - x^{-\frac{1}{2}}}{\sqrt{x}} dx;$

24. $\int \cos^4 x \sin x dx;$

25. $\int \left(9x^8 - 3e^x + \frac{5}{\cos^2 x}\right) dx;$

26. $\int \frac{7+2x \sin^2 x}{\sin^2 x} dx;$

27. $\int (3x^3 - 4)^2 x^2 dx;$

28. $\int \frac{\sin 2x dx}{\cos x};$

29. $\int \frac{x^2 dx}{1+x^3} dx;$

30. $\int \frac{dx}{\sqrt{(3x+1)^3}}.$

2. Найдите определенные интегралы:

1. $\int_1^8 \left(4x - \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}\right) dx;$

2. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{2} \cos x dx;$

3. $\int_6^{6\sqrt{3}} \frac{dx}{x^2+36};$

4. $\int_0^2 (2-x)^2 dx;$

5. $\int_0^2 \frac{4x dx}{\sqrt{1+2x^2}};$

6. $\int_0^{\sqrt{3}} \sqrt{x^4 + 16x^3} dx;$

7. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x dx}{(2-\cos x)^2};$

8. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{2\cos^2 x};$

9. $\int_0^8 (\sqrt{2x} + \sqrt[3]{x}) dx;$

10. $\int_{\frac{1}{3}}^{\frac{\sqrt{3}}{3}} \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}};$

11. $\int_0^1 x^2 e^{x^3+1} dx;$

12. $\int_0^4 (x^2 - 2\sqrt{x}) dx;$

13. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x - \sin x) dx;$

14. $\int_{-\frac{2}{3}}^0 (4+6x)^3 dx;$

15. $\int_0^4 (1-\sqrt{x})^2 dx;$

16. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \left(\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x}\right) dx;$

17. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (3-2\sin x)^3 \cos x dx;$

18. $\int_0^1 (5-2x^3)x^2 dx;$

19. $\int_1^2 \frac{1-x^6}{x^5} dx;$

20. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{4+5\sin x} \cos x dx;$

21. $\int_1^8 \left(3 - \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\right) dx;$

22. $\int_0^1 \frac{xfx}{\sqrt[4]{(1+15x^2)^3}};$

23. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{\sqrt[3]{(8-7\sin x)^2}};$

24. $\int_1^3 2e^{2x} dx;$

25. $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{7x^3+1}};$

26. $\int_1^9 \left(2x - \frac{3}{\sqrt{x}}\right) dx;$

27. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \left(2x + \frac{\pi}{3}\right) dx;$

28. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} e^{\cos x} \sin x dx;$

29. $\int_0^1 \frac{6x^2 dx}{1+2x^3};$

30. $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x dx}{2\sqrt{1+x^2}}.$

3. Сделайте чертеж и вычислите площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

1) $y=3x-1, y=0, x=2, x=4$

2) $x-2y+4=0, x+y-5=0, y=0$

3) $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3, y = 0, x = 0, x = 3$

4) $y=9-x^2, y=0$

5) $y=4x-x^2, y=0$

6) $y=x^2-2x+3, y=0, x=0, x=3$

4. Сделайте чертеж и вычислите объем тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной данными линиями:

1) $y=6x, y=0, x=1, x=3$

2) $y=x^2-4, x=0$

3) $y=\sin x, y=0, x=0, x=\pi$

4) $y=4x, y=x$

5) $y=4-x, x-y-2=0$

5. Сделайте чертеж и вычислите объем тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной данными линиями:

1) $y=x^2, y=1, y=4, x=0$

2) $y=x^2+1, y=5$

3) $y=9x, y=3x$

4) $y=2x, 2x-2y-3=0$

Критерии оценивания:

Оценка «5» ставится при сданной в срок работе, все 4 задания выполнены верно, верно построены график функции при нахождении площади фигуры и объема тела, работа оформлена подробно и аккуратно;

оценка «4» ставится при трёх верно выполненных заданиях, верно построены график функции при нахождении площади фигуры и объема тела, работа оформлена подробно и аккуратно;

оценка «3» ставится при выполненных верно двух заданиях, но выполнено верно хотя бы одно из заданий по нахождению площади фигуры или объема тела с помощью интеграла, работа может быть сдана не в срок;

оценка «2» ставится, если работа выполнена неверно или выполнено верно одно задание.

Используемая литература:

1. Гончаренко В.М., Липагин Л.В., Рылов А.А. Элементы высшей математики: учебник.– М.: КНОРУС, 2020.
2. Дорофеева А.В. Математика. Сборник задач. Учебно-практическое пособие для СПО.– М.: Издательство Юрайт, 2020.

Тема 3.2. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Самостоятельная работа № 5 (3 часа)

Решение обыкновенных дифференциальных уравнений

Цель: закрепление навыков решения дифференциальных уравнений.

Самостоятельная работа: индивидуальная домашняя работа.

Форма контроля: проверка домашней работы.

Виды заданий:

1. Выучить определения.
2. Найти решения дифференциальных уравнений:

а) $xy' = y$;

б) $y' - (2y - 1)\operatorname{ctg}x = 0$;

в) $y \ln y + xy' = 0$;

г) $y'' + 9y = 0$.

Теоретическая часть

Дифференциальное уравнение – это равенство, содержащее производные или дифференциалы неизвестной функции.

Общий вид дифференциального уравнения:

$$F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0 \text{ – неявная форма,}$$

где x – независимая переменная; y – неизвестная функция; y' – ее производная первого порядка и т.д.

Если из уравнения можно выразить y' , то оно примет вид: $y'=f(x, y)$ – явная форма. Это уравнение первого порядка, *разрешенное относительно производной*.

Порядок n старшей производной, входящей в уравнение, называется *порядком уравнения*.

Всякая функция, подстановка которой вместе с ее производной в дифференциальное уравнение обращает его в тождество, называется *решением уравнения*.

Общее решение – это решение, зависящее от произвольных постоянных. Оно содержит столько независимых переменных, каков порядок уравнения. *Общее решение* дифференциального уравнения – семейство функций $y=(x, C)$, удовлетворяющее этому уравнению при произвольном значении постоянных C .

Например, для дифференциального уравнения $xy'-2x^2=0$ функция $y=x^2$ будет решением, так как при ее подстановке левая часть уравнения тождественно обращается в нуль: $x \cdot 2x - 2x^2 = 0$.

Частное решение – это решение, получающееся из общего решения при конкретных определенных значениях произвольных постоянных $y=(x, C_0)$.

Уравнение первого порядка $P(x,y)dx+Q(x,y)dy=0$ называется уравнением с разделяющимися переменными, если функции P и Q раскладываются на множители, зависящие каждый только от одной переменной:

$$f_1(x) f_2(y) dx + \varphi_1(x) \varphi_2(y) dy = 0.$$

В таком уравнении после деления его членов на $f_2(y) \cdot \varphi_1(x)$ переменные разделяются:

$$\frac{f_1(x)}{\varphi_1(x)} dx + \frac{\varphi_2(y)}{f_2(y)} dy = 0,$$

и каждый член уравнения зависит от одной переменной.

Общий интеграл уравнения находится почленным интегрированием:

$$\int \frac{f_1(x)}{\varphi_1(x)} dx + \int \frac{\varphi_2(x)}{f_2(x)} dy = C.$$

Линейное дифференциальное уравнение первого порядка – это уравнение вида:

$$y' - P(x)y = q(x),$$

где $P(x)$ и $q(x)$ – непрерывные функции.

Название уравнения «линейное» связано с тем, что неизвестная функция и ее производная входят в первой степени, т.е. линейно.

- *Линейное однородное уравнение* будет, если $q(x) \equiv 0$, т.е. это уравнение вида:

$$y' + P(x)y = 0.$$

Это уравнение с разделяющимися переменными и его решение будет иметь вид: $y = Ce^{-\int P(x)dx}$.

- *Линейное неоднородное уравнение* будет, если функция $q(x)$ не равна тождественно нулю $q(x) \neq 0$:

$$y' - P(x)y = q(x).$$

Общее решение линейного уравнения первого порядка находится методом вариации постоянной и имеет вид:

$$y(x) = e^{-\int P(x)dx} (C + \int q(x)e^{\int P(x)dx} dx) y(x).$$

Уравнения вида $a_0 \frac{d^2y}{dx^2} + a_1 \frac{dy}{dx} + a_2 y = 0$ называются *линейными однородными уравнениями второго порядка с постоянными коэффициентами*.

Общий интеграл находится с помощью характеристического уравнения $a_0 k^2 - a_1 k - a_2 = 0$, которое получается из этого уравнения, если, сохраняя в нем все коэффициенты a_i , заменить функцию y единицей ($y=1$), а все ее производные – соответствующими степенями k . При этом:

1. Если все корни характеристического уравнения *действительные и различные*, то общий интеграл имеет вид: $y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$.
2. Если характеристическое уравнение имеет корни *действительные и*

равные ($k_1 = k_2 = k$), то $y = C_1 e^{kx} + C_2 x e^{kx}$.

3. Если корни мнимые ($k = \pm bi$), то $y = C_1 \cos bx + C_2 \sin bx$.

4. Если корни комплексные ($k = a \pm bi$), то $y = e^{ax}(C_1 \cos bx - C_2 \sin bx)$.

Тема 3.3. Дифференциальные уравнения в частных производных

Самостоятельная работа № 6 (2 часа)

Основные определения теории уравнений в частных производных

Цель: получить представление о дифференциальных уравнениях в частных производных.

Самостоятельная работа: работа с литературой.

Форма контроля: Доклад на занятии.

Виды заданий: доклад по теме: «Основные определения теории уравнений в частных производных».

Требования к докладу:

Доклад – публичное сообщение, представляющее собой развернутое изложение на определенную тему. Это работа, требующая навыков работы с литературой. Студент должен не только выбрать тему доклада, исходя из своих интересов, но и суметь подобрать литературу, выбрать из нее наиболее существенное, переложить своими словами и изложить в определенной последовательности. Доклад должен быть с научным обоснованием, доказуем.

Написание доклада является достаточно сложной работой и требует уже сформировавшихся умений и навыков работы с литературой, особой мыслительной деятельности, знаний правил оформления. Доклад требует плана, по которому он выполняется. При оценке доклада учитываются его содержание, форма, а также и культура речи докладчика.

Критерии оценивания:

Оценка «5» ставится при сданной в срок работе, материал в полной мере соответствует заявленной теме, докладчик излагает материал самостоятельно;

оценка «4» ставится при хорошем раскрытии темы доклада, выполненных чертежах к теоремам, обучающийся излагает материал не самостоятельно.

оценка «3» ставится при раскрытии темы не полностью, докладчик неуверенно излагает свои тезисы, работа может быть сдана не в срок;

оценка «2» ставится, если тема доклада не раскрыта.

Тема 3.4. Ряды.

Самостоятельная работа № 7 (3 часа)

Нахождение пределов с использованием замечательных пределов

Цель: закрепление навыков нахождения пределов с использованием двух замечательных пределов и исследования рядов на сходимость..

Самостоятельная работа: индивидуальная домашняя работа.

Форма контроля: проверка работы.

Виды заданий:

1. Вычислить пределы.
2. Исследовать на сходимость ряд, применяя признак Даламбера.
3. Исследовать ряд на сходимость, применяя первый признак сравнения.
4. Исследовать ряд на сходимость, применяя признак Коши.

Теоретическая часть

Сумма членов бесконечной числовой последовательности $u_1, u_2, \dots, u_n, \dots$ называется *числовым рядом*:

$$u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} u_n$$

При этом числа u_1, u_2, \dots будем называть членами ряда, а u_n – общим членом ряда.

Суммы $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = \sum_{k=1}^n u_k$, $n = 1, 2, \dots$ называются *частными (частичными) суммами* ряда.

Таким образом, возможно рассматривать последовательности частичных

сумм ряда $S_1, S_2, \dots, S_n, \dots$

Ряд $u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} u_n$ называется *сходящимся*, если сходится последовательность его частных сумм. *Сумма сходящегося ряда* – предел последовательности его частных сумм:

$$\lim S_n = S, \quad S = \sum_{n=1}^{\infty} u_n.$$

Если последовательность частных сумм ряда расходится, т.е. не имеет предела, или имеет бесконечный предел, то ряд называется *расходящимся* и ему не ставят в соответствие никакой суммы.

Свойства рядов.

1) Сходимость или расходимость ряда не нарушится если изменить, отбросить или добавить конечное число членов ряда.

2) Рассмотрим два ряда $\sum u_n$ и $\sum C u_n$, где C – постоянное число. Если ряд $\sum u_n$ сходится и его сумма равна S , то ряд $\sum C u_n$ тоже сходится, и его сумма равна CS . ($C \neq 0$)

3) Рассмотрим два ряда $\sum u_n$ и $\sum v_n$. Суммой или разностью этих рядов будет называться ряд $\sum (u_n \pm v_n)$, где элементы получены в результате сложения (вычитания) исходных элементов с одинаковыми номерами.

Теорема. Если ряды $\sum u_n$ и $\sum v_n$ сходятся и их суммы равны соответственно S и σ , то ряд $\sum (u_n \pm v_n)$ тоже сходится и его сумма равна $S + \sigma$:

$$\sum (u_n + v_n) = \sum u_n + \sum v_n = S + \sigma$$

Разность двух сходящихся рядов также будет сходящимся рядом.

Сумма сходящегося и расходящегося рядов будет расходящимся рядом.

О сумме двух расходящихся рядов общего утверждения сделать нельзя.

Признак Даламбера. Если для ряда $\sum u_n$ с положительными членами существует такое число $q < 1$, что для всех достаточно больших n выполняется неравенство

$$\frac{u_{n-1}}{u_n} \leq q,$$

то ряд $\sum u_n$ сходится, если же для всех достаточно больших n выполняется условие

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} \geq 1,$$

то ряд $\sum u_n$ расходится.

Предельный признак Даламбера. Если существует предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n-1}}{u_n} = \rho$, то при $\rho < 1$ ряд сходится, а при $\rho > 1$ – расходится. Если $\rho = 1$, то на вопрос о сходимости ответить нельзя.

Пример. Определить сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$.

$$u_n = \frac{n}{2^n}; \quad u_{n+1} = \frac{n+1}{2^{n+1}}; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)2^n}{2^{n+1}n} = \frac{n+1}{2n} = \frac{1 + \frac{1}{n}}{2} = \frac{1}{2} < 1$$

Вывод: ряд сходится.

Пример. Определить сходимость ряда $1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{1}{n!} + \dots$

$$u_n = \frac{1}{n!}; \quad u_{n+1} = \frac{1}{(n+1)!}; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{(n+1)!} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n+1} = 0 < 1$$

Вывод: ряд сходится.

Признак Коши (радикальный признак). Если для ряда $\sum u_n$ с неотрицательными членами существует такое число $q < 1$, что для всех достаточно больших n выполняется неравенство

$$\sqrt[n]{u_n} \leq q,$$

то ряд $\sum u_n$ сходится, если же для всех достаточно больших n выполняется неравенство

$$\sqrt[n]{u_n} \geq 1,$$

то ряд $\sum u_n$ расходится.

Следствие. Если существует предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{u_n} = \rho$, то при $\rho < 1$ ряд

сходится, а при $\rho > 1$ ряд расходится.

Пример. Определить сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2 + 1}{3n^2 + 5} \right)^n$.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{u_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 1}{3n^2 + 5} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{1}{n^2}}{3 + \frac{5}{n^2}} = \frac{2}{3} < 1$$

Вывод: ряд сходится.

Задания:

1. Вычислить пределы: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{3x}$, $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x}{2x-3} \right)^{3x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{1}{x}}$, $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x-3} \right)^x$,

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 2}{x^2 + 1} \right)^{x^2}$$

2. Исследовать на сходимость ряд, применяя признак Даламбера:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{(n!)^2}$$

3. Исследовать ряд на сходимость, применяя первый признак сравнения:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n + 1}{2^n}$$

4. Исследовать ряд на сходимость, применяя признак Коши:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{2n+1} \right)^n$$

Раздел 4. Основы теории вероятностей и математической статистики

Самостоятельная работа № 8 (3 часа)

Классическая формула определения вероятности

Цель: отработать навыки по вычислению вероятностей событий по классической формуле определения вероятности

Самостоятельная работа: индивидуальная домашняя работа

Форма контроля: проверка работы

Классическое определение вероятности

Пусть некоторый опыт может приводить лишь к одному из конечного

множества результатов. Эти результаты будем называть *элементарными исходами*. Предположим, что элементарные исходы удовлетворяют следующим условиям:

1. Образуют полную группу, т.е. в каждом испытании обязан появиться какой-нибудь из этих исходов;
2. Попарно несовместны, т.е. два различных элементарных исхода не могут появиться в одном испытании;
3. Равновозможные, т.е. шансы на появление у всех элементарных исходов одинаковы.

В этих условиях может использоваться классическое определение вероятности.

Элементарные исходы, в которых появляются интересующее нас событие, называются *благоприятными* этому событию.

Вероятностью события A называется число $P(A)$, равное отношению числа исходов испытания, благоприятствующих событию A к общему числу исходов: $P(A) = \frac{m}{n}$, где n – общее число исходов испытания, m – число исходов, благоприятствующих событию A .

Пример: Бросается один раз игральная кость. Какова вероятность выпадения нечетного числа очков?

Решение: Опыт состоит в бросании игральной кости 1 раз и наблюдении за числом очков, появившихся на верхней грани.

Все исходы опыта: 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Число всех исходов: $n = 6$.

Рассмотрим событие A – выпало нечетное число очков. Исходы благоприятствующие A : 1, 3, 5.

Число исходов, благоприятствующих A : $m = 3$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Пример: Ребенок играет с шестью буквами разрезной азбуки А, В, К, М, О, С. Какова вероятность того, что при случайном расположении букв в ряд

получится слово «МОСКВА»?

Решение: Опыт состоит в случайном расположении шести букв в ряд. Все исходы опыта – множество перестановок из шести различных букв.

Число всех исходов: $n = P_6 = 6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$.

Рассмотрим событие A – при случайном расположении шести букв в ряд получено слово «МОСКВА». Очевидно, что такое расположение букв единственно, т.е. $m=1$. Найдем вероятность события A : $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{720}$.

Пример: В ящике находится 20 деталей, из них 8 бракованных. Из ящика наудачу извлекают 5 деталей. Найти вероятность того, что среди них окажутся две бракованные детали.

Решение: Опыт состоит в выборе наудачу 5 деталей из 20. Все исходы опыта – множество сочетаний из 20 деталей (находящихся в ящике) по 5.

Число всех исходов опыта $n = C_{20}^5 = \frac{20!}{5! \cdot 15!}$.

Рассмотрим событие A – среди 5 деталей, извлеченных из ящика, две бракованные.

Если среди 5 деталей две бракованные, то остальные 3 небракованные. Тогда число исходов, благоприятствующих событию A , можно найти по принципу умножения. Нужно выполнить одно за другим два действия: из 8 бракованных выбрать 2 детали и затем из 12 небракованных выбрать 3 детали. Первое действие можно выполнить $n_1 = C_8^2$ второе действие можно выполнить $n_2 = C_{12}^3$ способами. Итак, $m = n_1 \cdot n_2 = C_8^2 \cdot C_{12}^3$.

Найдем вероятность события A : $P(A) = \frac{C_8^2 \cdot C_{12}^3}{C_{20}^5} = \frac{\frac{8!}{2! \cdot 6!} \cdot \frac{12!}{3! \cdot 9!}}{\frac{20!}{5! \cdot 15!}} = 0.397$.

Задачи на классическое определение вероятности

Буквой A обозначаем событие, фигурирующее в условии задачи.

Задача. Корреспонденция разносится в 5 адресов. Разносчик забыл дома очки и разнес корреспонденцию случайным образом. Какова вероятность того, что вся корреспонденция попала к своим адресатам?

Решение. Элементарным событием является перестановка из 5 адресов.

Их число равно P_5 . По смыслу задачи все они равновероятны. Поэтому $P(A)=1/120$.

Задача. Цифры 0,1,2,3 написаны на четырех карточках. Карточки расположили в случайном порядке. Какова вероятность того, что из них сложено 4-х-значное число?

Решение. Элементарным событием является перестановка из 4 карточек. Их всего $4!$. Поскольку четырехзначное число не может начинаться с нуля, то событие A состоит из тех перестановок, которые начинаются с карточки с не равной нулю цифрой. Их всего $4!-3!=18$. Поэтому $P(A)=18/4!=18/24=3/4$.

Задача. В хоккейном турнире участвуют 6 равных по силе команд. Каждая команда должна сыграть с каждой одну игру. У Вас есть любимая команда. Вы пришли «поболеть» на турнир на одну из игр, выбранных случайно. Какова вероятность того, что в этой игре будет играть Ваша любимая команда?

Решение. Общее число проведенных игр равно $C_6^2=15$. Любимая команда участвует в 5 играх из 15. Поэтому $P(A)=5/15=1/3$.

Задача. В ящике разложено 20 деталей. Известно, что 5 из них являются стандартными. Рабочий случайным образом берет 3 детали. Какова вероятность того, что хотя бы одна деталь стандартная?

Решение. Элементарным событием является сочетание из 20 деталей по 3. Количество таких сочетаний равно C_{20}^3 . В соответствии с решением задачи 11, число сочетаний, содержащих хотя бы одну стандартную деталь равно $C_{20}^3 - C_{15}^3=685$. Поэтому $P(A) = \frac{685}{C_{20}^3} = \frac{137}{228}$.

Задача. Из 7 карточек разрезной азбуки составлено слово *колокол*. Эти карточки рассыпали и затем собрали в случайном порядке. Какова вероятность того, что снова получится слово «*колокол*»?

Решение. На карточках имеется 3 буквы «о», 2 буквы «к», 2 буквы «л». Поэтому, первая буква слова «*колокол*» может быть выбрана двумя способами, вторая – 3 способами, третья – 2 способами. При уже выбранных

первых трех букв четвертая буква может быть выбрана еще 2 способами (поскольку одна буква «о» уже выбрана). Остальные буквы могут быть выбраны только одним способом. Таким образом, число перестановок карточек, реализующих слово «колокол» равно произведению чисел 3, 2, 2, 2 т.е. равен 24. Общее число перестановок карточек равно 7!. Поэтому

$$P(A) = \frac{24}{7!} = \frac{24}{5040} = \frac{1}{210}.$$

Варианты заданий

Решить задачи:

1. Из ящика, в котором 10 белых и 6 черных шаров, берут наудачу 3 шара. Какова вероятность того, что один из них белый, а два черных?
2. Набирая номер телефона, абонент забыл три последние цифры, запомнив лишь, что они различные, набрал их наудачу. Найти вероятность того, что набраны нужные цифры?
3. 25 экзаменационных билетов содержат по две вопроса, которые не повторяются. Студент подготовил 45 вопросов. Какова вероятность того, что вытянутый студентом билет состоит из подготовленных им вопросов?
4. В мастерскую для ремонта поступило 15 телевизоров. Известно, что 6 из них нуждаются в общей регулировке. Мастер берет первые попавшиеся 5 телевизоров. Какова вероятность того, что 2 из них нуждаются в общей регулировке.
5. Из колоды в 52 карты берется наугад 4 карты. Найти вероятность того, что среди этих 4 карт будут представлены все четыре масти.
6. На полке в случайном порядке расставлено 40 книг, среди них находится трехтомник А.С.Пушкина. Некто взял наудачу с полки 5 книг. Найти вероятность того, что среди этих пяти книг есть трехтомник Пушкина.
7. Секретный замок содержит на общей оси 4 диска, каждый из которых разделен на 5 секторов с различными цифрами. Замок открывается

только в том случае, если диски установлены так, что образуют определенное число. Найти вероятность того, что при произвольной установке дисков замок откроется.

Виды самостоятельной работы студентов:

1. Реферат на тему «Достоверные и невозможные события». «Доверительный интервал и доверительная вероятность».
2. Решение типовых задач:
 - 1) В конверте среди 100 фотокарточек находится одна разыскиваемая. Из конверта наудачу извлечены 10 карточек. Найти вероятность того, что среди них окажется нужная.
 - 2) В ящике 6 белых и 8 черных шаров. Из ящика вынули два шара (не возвращая вынутый шар в ящик). Найти вероятность того, что оба шара белые.
 - 3) В урне 9 белых и 1 черный шар. Вынули сразу три шара. Какова
 - 4) вероятность того, что все шары белые?
 - 5) Вероятность того, что в течение дня произойдет неполадка станка, равна 0,03. Какова вероятность того, что в течение четырех дней подряд не произойдет ни одной неполадки?
 - 6) В лотерее 100 билетов. Разыгрывается один выигрыш в 200 рублей и двадцать выигрышей по 50 рублей. Пусть X – величина возможного выигрыша для человека, имеющего один билет. Составить закон распределения этой случайной величины X .
 - 7) Случайная величина X задана законом распределения:

1	4	6
0,1	0,6	0,3

Найти ее математическое ожидание.

Самостоятельная работа № 8 (3 часа)

Распределение дискретной случайной величины, заданной
содержательным образом

Цель: получить навыки по записи распределения дискретной случайной величины, заданной содержательным образом.

Самостоятельная работа: индивидуальная домашняя работа.

Форма контроля: проверка работы.

Решить задачи

1. Связь с дрейфующей станцией могут поддерживать три радиостанции. Вступает с ней в двустороннюю связь та радиостанция, которая первая примет позывные дрейфующей станции. Причем принять сигналы дрейфующей станции для каждой радиостанции имеет одну и ту же вероятность, равную $1/3$. Дрейфующая станция будет устанавливать связь 4 раза в сутки. Составить ряд распределения случайной величины – числа вступлений в двустороннюю связь для радиостанции №1.
2. Вероятность изготовления нестандартной детали равна 0,1. Для проверки на качество ОТК берет из партии не более четырех деталей. При обнаружении нестандартной детали вся партия задерживается. Составить ряд распределения числа подвергшихся проверке деталей.
3. В цехе брак составляет 5% всех изделий. Составить ряд распределения числа бракованных изделий из трех взятых наудачу.
4. В благоприятном режиме устройство выдерживает три применения без регулировок, перед четвертым его приходится регулировать. В неблагоприятном режиме его приходится регулировать после первого же применения. Вероятность того, что устройство попадает в благоприятный режим, равна 0,7, в неблагоприятный – 0,3. Рассматривается случайная величина – число применений устройства до регулировки. Найти ее ряд распределения.

Критерии оценивания:

Оценка «5» ставится при сданной в срок работе, все задания выполнены верно, работа оформлена подробно и аккуратно;

оценка «4» ставится при четырёх верно выполненных с недочётами заданиях, работа оформлена подробно и аккуратно;

оценка «3» ставится при выполненных верно двух заданиях, работа может быть сдана не в срок;

оценка «2» ставится, если работа выполнена неверно или выполнено верно одно задание.

Раздел 5. Основные численные методы

Тема 5.1. Численное интегрирование

Самостоятельная работа № 9 (2 часа)

Применение определенных интегралов

Подготовка сообщений «Лагранж – вклад в развитие математики», «Котес – вклад в развитие математики», «Применение определенных интегралов»

Цель: получить представление о вкладах великих ученых в развитие математики: Лагранж, Котес; расширить знания о применении определенных интегралов.

Самостоятельная работа: работа с литературой.

Форма контроля: сообщение на занятии.

Тема 5.2. Численное дифференцирование

Самостоятельная работа № 10 (3 часа)

Применение дифференциального исчисления

Подготовка сообщений «Эйлер – вклад в развитие математики», «Применение дифференциальных уравнений»

Цель: получить представление о вкладе в развитие математики Эйлера; расширить знания о применении дифференциальных уравнений.

Самостоятельная работа: работа с литературой.

Форма контроля: сообщение на занятии.

Тема 5.3. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений

Самостоятельная работа № 11 (3 часа)

Применение дифференциальных уравнений

Подготовка сообщений «Эйлер - вклад в развитие математики», «Рунге-Кутт – вклад в развитие математики», «Применение дифференциальных уравнений».

Цель: получить представление о вкладе в развитие математики Эйлера; расширить знаний о применение дифференциальных уравнений.

Самостоятельная работа: работа с литературой.

Форма контроля: сообщение на занятии.

Заключение

При реализации ФГОС СПО большую роль отводят внеаудиторной самостоятельной работе обучающихся.

Представленные методические рекомендации носят прикладной характер. В них включены темы, время выполнения и виды контроля знаний студентов обучающихся по специальности 23.02.06 Техническая эксплуатация подвижного состава железных дорог. Данная тематика самостоятельной работы студентов полностью соответствует знаниям и умениям, заявленным в ФГОС по специальности 23.02.06 Техническая эксплуатация подвижного состава железных дорог и содержит материал, направленный на формирование общих и профессиональных компетенций. Тематика внеаудиторной самостоятельной работы достаточно разнообразна.

Индивидуальный подход в планировании внеаудиторной работы каждого студента ведет к формированию личностных качеств обучающегося, способствует повышению его мотивации к изучению дисциплины.

При изучении дисциплины Математика данные методические рекомендации применяются для выполнения внеаудиторной работы обучающихся, что приводит к следующим положительным результатам:

- оптимальное сочетание теоретической и практической составляющих обучения. При этом обеспечивается переосмысление места и роли теоретических знаний, их упорядочивание, что, в конечном счёте, приводит к повышению мотивации обучающихся в их освоении.
- возрастает учебная дисциплина обучающихся (сроки выполнения работ обучающихся стараются выполнять);
- выполнение внеаудиторной даёт возможность лучше подготовиться обучающимся к экзамену по дисциплине.

РЕЦЕНЗИЯ

на методические указания

по выполнению самостоятельных работ

по учебной дисциплине ЕН.01 Математика

Рецензируемые методические указания по выполнению самостоятельных работ по учебной дисциплине ЕН.01 Математика, разработанные Лытасвой Н.С., преподавателем математики филиала СамГУПС в г. Ртищево, разработаны в соответствии с ФГОС СПО и на основе рабочей программы учебной дисциплины ЕН.01 Математика для студентов специальности 23.02.06 Техническая эксплуатация подвижного состава железных дорог и Положения о самостоятельной работе студентов.

Методические рекомендации для внеаудиторной самостоятельной работы по дисциплине ЕН.01 Математика, предназначены для студентов 2 курса специальности 23.02.06.

Внеаудиторная самостоятельная работа является обязательной для каждого обучающегося, определяется учебным планом и составляет 35 часов.

Методические указания включают в себя следующие элементы:

1. Введение.
2. Тематический план.
3. Содержание самостоятельных работ.
4. Заключение.

Представленные методические рекомендации носят прикладной характер. В них включены темы, время выполнения и виды контроля знаний обучающихся по специальности 23.02.06 Техническая эксплуатация подвижного состава железных дорог. Данная тематика самостоятельной работы обучающихся полностью соответствует знаниям и умениям, заявленным в ФГОС по специальности 23.02.06 и содержит материал, направленный на формирование общих и профессиональных компетенций, личностных результатов.

Представленные методические указания по выполнению самостоятельной работы могут быть использованы в учебном процессе преподавателями в рамках изучения дисциплины ЕН.01 Математика.

Рецензент:



Л.В Малаховская, преподаватель
филиала СамГУПС в г. Ртищево