

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Манаенков Сергей Александрович
Должность: Директор
Дата подписания: 10.07.2023 08:10:51
Уникальный программный ключ:
b98c63f50c040389aac165e2b73c0c737775c9e9

**МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО
ТРАНСПОРТА
ФИЛИАЛ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ
СООБЩЕНИЯ» В Г. РТИЩЕВО
(ФИЛИАЛ СамГУПС В Г. РТИЩЕВО)**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ПО ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ РАБОТ
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
ЕН. 01 МАТЕМАТИКА
для специальностей**

23.02.01 Организация перевозок и управление на транспорте (по видам)

Базовая подготовка среднего профессионального образования

Рассмотрено и одобрено цикловой комиссией математических, естественнонаучных и общепрофессиональных дисциплин

Протокол № 1
от «11» августа 2022г.

Председатель ЦК
Н.С. Лытаева

Разработаны на основе рабочей программы учебной дисциплины ЕН.01 МАТЕМАТИКА для студентов специальностей 23.02.01 Организация перевозок и управление на транспорте (по видам) и Положение о планировании и организации самостоятельной работы студентов.

Утверждаю:

Зам. директора по УР

Н.А. Петухова

Разработчик:



Н.В. Немкова, преподаватель филиала СамГУПС в г. Ртищево

Рецензент:

Н.С. Лытаева

Н.С. Лытаева, преподаватель филиала СамГУПС в г. Ртищево

Содержание

- 1 Введение.
- 2 Тематический план.
- 3 Содержание самостоятельных работ.
- 4 Заключение.
- 5 Лист согласования.

Введение

Методические рекомендации по внеаудиторной самостоятельной работе обучающихся разработаны в соответствии с рабочей учебной программой дисциплины ЕН.01 Математика специальности 23.02.01 Организация перевозок и управление на транспорте (по видам) и требованиями к результатам освоения программы подготовки специалистов среднего звена ФГОС СПО по данной специальности (базовая подготовка). Методические указания предназначены для студентов 2 курса очной формы обучения.

Цель данных методических указаний – оказать помощь студентам при выполнении самостоятельной работы и закреплении теоретических знаний по основным разделам дисциплины внеаудиторных занятий.

Самостоятельная работа – это вид учебной деятельности, которую студент совершает в установленное время и в установленном объеме индивидуально или в группе, без непосредственной помощи преподавателя (но при его контроле), руководствуясь сформированными ранее представлениями о порядке и правильности выполнения действий. Учебным планом специальности 23.02.01 Организация перевозок и управление на транспорте (по видам) для дисциплины ЕН.01 Математика предусмотрено 30 часов на самостоятельную работу студентов. Рабочей учебной программой дисциплины определены следующие виды самостоятельной работы: проработка конспектов лекций, учебной литературы; решение задач; подготовка отчетов по практическим работам.

Тематический план

Наименование разделов и тем	Количество часов
Введение	1
Раздел 1. Математический анализ	12
Тема 1.1. Дифференциальное и интегральное исчисление	6
Тема 1.2. Обыкновенные дифференциальные уравнения	2
Тема 1.3. Ряды	4
Раздел 2. Основы дискретной математики	4
Тема 2.1. Основы теории множеств	1
Тема 2.2. Основы теории графов	3
Раздел 3. Основы теории вероятности и математической статистики	7
Тема 3.1. Вероятность. Теоремы сложения и умножения вероятностей	3
Тема 3.2. Случайная величина, ее функция распределения	1
Тема 3.3. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины	3
Раздел 4. Основные численные методы	6
Тема 4.1. Численное интегрирование	2
Тема 4.3. Численное дифференцирование	2
Тема 4.4 Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений	2

Введение

Самостоятельная работа №1 (1 час)

Сообщение, презентация по теме: «Математика в профессиональной деятельности» (привести примеры, задачи профессионального характера).

Раздел 1. Математический анализ.

Тема 1.1. Дифференциальное и интегральное исчисление

Самостоятельная работа №2. (4 часа)

Требования к знаниям и умениям

Студент должен:

иметь представление:

- о задачах, приводящих к понятию производной;
- об использовании производной в профессиональной деятельности, решении прикладных задач.

Знать:

- понятие производной функции;
- основные правила и формулы дифференцирования;
- связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции;
- понятие производной высших порядков.

Уметь:

- находить производные элементарных функций;
- находить производные сложных функций;
- исследовать функции с помощью производной и строить графики функций.

Виды самостоятельной работы студентов.

1. Работа над учебным материалом: Глава 5, § 45, 46, 47, 50 - 54; Глава 6, § 55 - 58; Глава 4, § 42 - 44 (Богомолов, Н. В. Математика : учеб. Для ссузов. - М. : Дрофа, 2018); Глава 7, 8 (Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. - М.: Высшая школа, 2018) - чтение текста, конспектирование текста.
2. Подготовить доклад по теме «Геометрический и механический смысл производной».
3. Домашняя работа по теме «Производная показательной и логарифмической функции» (конспектирование текста и решение вариативных задач).

4. Домашняя работа по теме «Производная тригонометрических и обратных тригонометрических функций» (конспектирование текста и решение вариативных задач).
5. Выполнение расчетно-графической работы «Общая схема исследования функции для построения ее графика» (конспектирование текста и решение задач)

1. Найти значение производной данной функции в данной точке.

- 1) $y = 2x^2 - 3x + 5$, $x = 0$; 16) $y = (x - 3x^2 + 5)^3$, $x = 0$;
- 2) $y = 7x^3 - 6 + 3x^2$, $x = 0$; 17) $y = (7x - 1 + 4x^3)^5$, $x = 0$;
- 3) $y = 12 - 3x^3 + 2x^2$, $x = 0$; 18) $y = (x^3 + 1)^2$, $x = 0$;
- 4) $y = x^3 - 4x^2 + x$, $x = 0$; 19) $y = (1 - 2x)^7$, $x = 0$;
- 5) $y = 21x + 3x^5 + 7x^2 - 5$, $x = 0$; 20) $y = (4x + 5x^2 - 7)^2$, $x = 0$;
- 6) $y = x^3 \cdot 3x^{0,5}$, $x = 1$; 21) $y =$, $x = 0$;
- 7) $y = (x + 1) \cdot 2x^3$, $x = 1$; 22) $y =$, $x = 0$;
- 8) $y = 4x \cdot (7x^2 + 5)$, $x = 1$; 23) $y =$, $x = 0$;
- 9) $y = (2x^2 + 3x) \cdot (x - 1)$, $x = 1$; 24) $y =$, $x = 1$;
- 10) $y = (6x - 3x^2) \cdot (x^2 + 2)$, $x = 1$; 25) $y =$, $x = 1$;
- 11) $y =$, $x = 1$; 26) $y =$, $x = 0$;
- 12) $y =$, $x = 0$; 27) $y =$, $x = 0$;
- 13) $y =$, $x = 0$; 28) $y =$, $x = 1$;
- 14) $y =$, $x = 1$; 29) $y =$, $x = 0$;
- 15) $y =$, $x = 0$; 30) $y =$, $x = 0$.

2. Найдите интервалы возрастания и убывания функции и точки экстремума.

$$y = \frac{x}{x^2 + 4}$$

$$y = 2x^2 - 8$$

$$y = x \ln x$$

$$y = \frac{2}{3}x^3 - 2x + 1$$

$$y = 3x - \frac{2}{x} + 5$$

$$y = 3x - x^3$$

$$y = \frac{x^4}{4} - \frac{2}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2$$

$$y = x^3 - 9x^2 + 15x - 3$$

$$y = x^2 - 4x$$

$$y = 2x - x^2$$

3. Исследуйте функцию с помощью производной и постройте ее график:

а) $y = x^2(2-x)^2$; б) $y = \frac{x^2 - 2x - 8}{x+1}$

а) $y = x\sqrt{1-x}$; б) $y = \frac{x^2 + 2x - 8}{x+3}$

а) $y = x - \arctg x$; б) $y = \frac{x^2 - 3x - 10}{x-1}$

а) $y = \frac{8}{4-x^2}$; б) $y = \frac{x^2 + 3x - 10}{x+3}$

а) $y = \sqrt{\frac{1-x}{x}}$; б) $y = \frac{x^2 - 4x - 12}{x+3}$

а) $y = \frac{x^2}{1+x^2}$; б) $y = \frac{x^2 + 4x - 12}{x-3}$

а) $y = \frac{x}{x^2+16}$; б) $y = \frac{x^2 - x - 20}{x+2}$

4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке

3.1 $y = x^4 - 8x^2 + 3$ на $[-2; 2]$

3.2 $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3$ на $[-1; 2]$

3.3 $y = \frac{1}{x^2-1}$ на $[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}]$

3.4 $y = \operatorname{tg} x - x$ на $[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}]$

3.5 $y = x^2 - 4x + 6$ на $[-3; 10]$

3.6 $y = 2^x$ на $[-1; 5]$

3.7 $y = x^2 - 3x + 2$ на $[-1; 10]$

3.8 $y = x + \frac{1}{x}$ на $[1; 100]$

3.9 $y = \sqrt{5-4x}$ на $[-1; 1]$

3.0 $y = 2x^2 - x^4$ на $[0; 3]$

5. Найти точки перегиба и интервалы выпуклости графика функции.

$$y = x^5 - 20x^2$$

$$y = \sqrt[3]{x-1}$$

$$y = \frac{x^2}{x+1}$$

$$y = 1 - \frac{4}{x^2}$$

$$y = \frac{x^2-1}{x}$$

$$y = x^3 + 15x^2 - x - 250$$

Самостоятельная работа №3. (2 часа)

Требования к знаниям и умениям

Студент должен:

иметь представление:

- о неопределенном и определенном интеграле;
- о методах интегрирования;
- о геометрическом и физическом приложении определенного интеграла;
- об использовании интеграла в профессиональной деятельности.

Знать:

- понятие дифференциала;
- понятие дифференциала высшего порядка;
- понятие неопределенного интеграла;
- понятие определенного интеграла;
- основные методы интегрирования;
- формулу Ньютона-Лейбница.

Уметь:

- находить дифференциал функции;
- находить определенный и неопределенный интеграл;
- вычислять площади плоских фигур и объемов тел вращения;
- выполнять вычисление работы на растяжение или сжатие пружины, определение силы давления жидкости.

Виды самостоятельной работы

**студентов.
интегралов.**

1. Составление таблицы

$$5^\circ. \int \cos x dx =$$

$$6^\circ. \int \sin x dx =$$

Записать табличные интегралы:

$$1^\circ. \int 0 dx =$$

$$7^\circ. \int \frac{dx}{\cos^2 x} =$$

$$2^\circ. \int x^\alpha dx =$$

$$8^\circ. \int \frac{dx}{\sin^2 x} =$$

$$\text{В частности, } \int dx =$$

$$9^\circ. \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} =$$

$$3^\circ. \int \frac{dx}{x} =$$

$$\text{В частности, } \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} =$$

$$4^\circ. \int a^x dx =$$

$$10^\circ. \int \frac{dx}{a^2 + x^2} =$$

$$\text{В частности, } \int e^x dx =$$

$$\text{В частности, } \int \frac{dx}{1+x^2} =$$

2. Домашняя работа по теме «Методы нахождения неопределенного интеграла» (решение вариативных задач): Глава 7, §7.6 стр. 167

(Григорьев В.П. Элементы высшей математики: учебник. - М.:

Высш.шк., 2018);); Глава 11, § 4 – 6, № 62 – 73 (2), № 75 – 80 (2), № 85

– 88 (2), (Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. - М.: Высшая школа, 2018).

3. Домашняя работа по теме «Неопределенный интеграл» (решение вариативных задач): Глава 8, § 62 - 65 (Богомолов, Н. В. Математика : учеб. Для ссузов. - М. : Дрофа, 2018); Глава 11, § 1 - 7, стр. 193 зачетная работа (Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. - М.: Высшая школа, 2018).
4. Подготовка реферата на тему «Геометрический смысл интеграла. Теорема Ньютона-Лейбница», «Приложения интеграла».
5. Домашняя работа по теме «Вычисление площадей и объемов с помощью определенного интеграла»: Глава 9, § 66, 67 (Богомолов, Н. В. Математика : учеб. Для ссузов. - М. : Дрофа, 2018); Глава 13, § 1, № 23 – 30 (2) (Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. - М.: Высшая школа, 2018).
6. Подготовка к практической работе (решение типовых задач)

1. Найдите неопределенные интегралы:

1. $\int (4x^2 + 4x -) dx$

2. $\int \frac{\sqrt[3]{x}-3}{\sqrt{x}} dx$

3. $\int \frac{t^2 dt}{\sqrt[5]{5-2t^3}}$

4. $\int \frac{1-6x+4x^2}{x^2} dx$

5. $\int 3^{2+x^2} x dx$

6. $\int \frac{5-\sqrt[3]{x^2}}{x} dx$

7. $\int x \cdot 2^{x^2} dx$

8. $\int \frac{x^{\frac{1}{3}-1}}{\sqrt[3]{x^2}} dx$

9. $\int \sqrt[4]{(2 - \sin x)^3} \cos x dx$

10. $\int (\frac{x}{3} - \frac{3}{x} + 5e^x) dx$

11. $\int \frac{2-\sqrt[3]{x}}{x^3\sqrt{x^2}} dx$

12. $\int \frac{x\sqrt{x}-x^{-\frac{1}{2}}}{\sqrt{x}} dx$

16. $\int \frac{x dx}{2\sqrt{x}}$

17. $\int (3x^5 - \cos x - 1) dx$

18. $\int (\frac{2}{\cos^2 x} - \frac{5}{\sin^2 x}) dx$

19. $\int (2^x - 3e^x + x) dx$

20. $\int \frac{x^{\frac{1}{2}+2}}{\sqrt{x}} dx$

21. $\int (\frac{1}{5 \cos^2 x} - \frac{x}{2} + \frac{2}{x}) dx$

22. $\int \frac{3x^2 dx}{(2-x^3)^4}$

23. $\int (2 - \frac{1}{3 \sin^2 x} - x^2) dx$

24. $\int \frac{x^2-2x+3}{x\sqrt{x}} dx$

25. $\int (5^x - 1)(5^{-x} + 1) dx$

26. $\int \frac{\cos^2 x + 3}{\cos^2 x} dx$

27. $\int \cos^4 x \sin x dx$

13. $\int (9x^8 - 3e^x + \frac{5}{\cos^2 x}) dx$

14. $\int (3x^3 - 4)^2 x^2 dx$

15. $\int \frac{x^2 dx}{1+x^3}$

28. $\int \frac{7+2x \sin^2 x}{\sin^2 x}$

29. $\int \frac{\sin 2x dx}{\cos x}$

30. $\int \frac{dx}{\sqrt{(3x+1)^3}}$

2. Найдите определенные интегралы:

1. $\int_1^8 (4x - \frac{1}{3\sqrt{x^2}}) dx$

2. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{2} \cos x dx$

3. $\int_0^2 \frac{4x dx}{\sqrt{1+2x^2}}$

4. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x dx}{(2-\cos x)^2}$

5. $\int_0^8 (\sqrt{2x} + \sqrt[3]{x}) dx$

6. $\int_0^1 x^2 e^{x^3+1} dx$

7. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x - \sin x) dx$

8. $\int_0^4 (1 - \sqrt{x})^2 dx$

9. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (3 - 2 \sin x)^3 \cos x dx$

10. $\int_1^2 \frac{1-x^6}{x^5} dx$

11. $\int_1^8 (3 - \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}) dx$

12. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{\sqrt[3]{(8-7 \sin x)^2}}$

13. $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{7x^3+1}}$

14. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(2x + \frac{\pi}{3}) dx$

15. $\int_0^1 \frac{6x^2 dx}{1+2x^3}$

16. $\int_6^{6\sqrt{3}} \frac{dx}{x^2+36}$

17. $\int_0^2 (2-x)^2 dx$

18. $\int_0^{\sqrt{3}} \sqrt{x^4+16} \cdot x^3 dx$

19. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{2 \cos^2 x}$

20. $\int_{\frac{1}{3}}^{\frac{\sqrt{3}}{3}} \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}$

21. $\int_0^4 (x^2 - 2\sqrt{x}) dx$

22. $\int_{-\frac{2}{3}}^0 (4+6x)^3 dx$

23. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} (\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x}) dx$

24. $\int_0^1 (5-2x^3) x^2 dx$

25. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{4+5 \sin x} \cos x dx$

26. $\int_0^1 \frac{xdx}{\sqrt[4]{(1+15x^2)^3}}$

27. $\int_1^3 2e^{2x} dx$

28. $\int_1^9 (2x - \frac{3}{\sqrt{x}}) dx$

29. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} e^{\cos x} \sin x dx$

30. $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{xdx}{2\sqrt{1+x^2}}$

3. Сделайте чертеж и вычислите площадь фигуры, ограниченной

данными линиями:

$$1) y = 3x - 1, y = 0, x = 2, x = 4$$

$$2) x - 2y - 4 = 0, x - y - 5 = 0, y = 0$$

$$3) y = -\frac{1}{3}x^2 + 3, y = 0, x = 0, x = 3$$

$$4) y = 9 - x^2, y = 0$$

$$5) y = 4x - x^2, y = 0$$

$$6) y = x^2 - 2x + 3, y = 0, x = 0, x = 3$$

$$7) y = x^2, 5x - y - 6 = 0$$

$$8) y = x^2, x = y^2$$

$$9) y = \frac{1}{4}x^2, y = -\frac{1}{2}x^2 - 3x$$

$$10) y = -x^2 - 6, y = 2x - 3$$

4. Сделайте чертеж и вычислите объем тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной данными линиями:

$$1) y^2 = 6x, y = 0, x = 1, x = 3$$

$$2) y^2 = 4(x - 2), y = 0, x = 3, x = 6$$

$$3) y = x^2 - 4, x = 0$$

$$4) y = \sin x, y = 0, x = 0, x = \pi$$

$$5) y^2 = 4x, y = x$$

$$6) y = 4 - x^2, x - y + 2 = 0$$

5. Сделайте чертеж и вычислите объем тела, образованного вращением вокруг оси OY фигуры, ограниченной данными линиями:

$$1) y = x^2, y = 1, y = 4, x = 0$$

$$2) y = x^2 - 1, y = 5$$

$$3) y^2 = 9x, y = 3x$$

$$4) y^2 = 2x, 2x - 2y - 3 = 0$$

Критерии оценивания:

Оценка «5» ставится при сданной в срок работе, все 4 задания выполнены верно, верно построены график функции при нахождении площади фигуры и объема тела, работа оформлена подробно и аккуратно;

Оценка «4» ставится при 3 верно выполненных заданиях, верно построены график функции при нахождении площади фигуры и объема тела, работа оформлена подробно и аккуратно

Оценка «3» ставится при выполненных верно 2 заданиях, но выполнено верно хотя бы одно из заданий по нахождению площади фигуры или объема тела с помощью интеграла, работа может быть сдана не в срок.

Оценка «2» ставится, если домашняя контрольная работа выполнена неверно или выполнено верно 1 задание.

Используемая литература:

1. Башмаков М. И. Математика: учебник для учреждений начального и среднего проф. образования-М.: Издательский центр «Академия», 2018 г

2. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. – М., Высшая школа, 2018.

3. Григорьев В. П., Дубинский Ю. А. Элементы высшей математики: Учебник для студентов учреждений СПО – 6-е изд., стер. М.: Академия, 2018. – 320с.

4. Пехлецкий И.Д. Математика ;Учеб. Для студентов СПО.- М.;Академия,2018.

Тема 1.2. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Самостоятельная работа №4 (2 часа)

Тема: *Обыкновенные дифференциальные уравнения*

Цели: - приобретение базовых знаний в области фундаментального раздела математики – линейной алгебры;

- развитие логического мышления;
- воспитание аккуратности, настойчивости.

Задание: найти частное решение дифференциального уравнения (по вариантам)

1) $(1-y)dx=(1-x)dy$; $y=3$ при $x=-2$.

2) $(2+y)dx=(3-x)dy$; $y=1$ при $x=-1$.

3) $(3+y)dx=(1-x)dy$; $y=2$ при $x=4$.

4) $y'=2x$, $y=4$ при $x=5$.

5) $2y'=x$, $y=2$ при $x=-2$.

Форма контроля: проверка решения в рабочей тетради.

Вопросы для самоконтроля: 1. Какие уравнения называются дифференциальными?

2. Какие уравнения называются дифференциальными переменными с разделяющимися переменными?

Пример:

Дифференциальное уравнение первого порядка в общем случае **содержит**:

- 1) независимую переменную x ;
- 2) зависимую переменную y (функцию);
- 3) первую производную функции: y' .

В некоторых уравнениях 1-го порядка может отсутствовать «икс» или (и) «игрек», но это не существенно – **важно** чтобы в ДУ **была** первая производная y' , и **не было** производных высших порядков – y'' , y''' и т.д.

Что значит решить дифференциальное уравнение? Решить дифференциальное уравнение – это значит, найти **множество всех функций**, которые удовлетворяют данному уравнению. Такое множество функций часто имеет вид $y = f(x, C)$ (C – произвольная постоянная), который называется **общим решением дифференциального уравнения**.

Найти частное решение дифференциального уравнения $y' = -2y$, удовлетворяющее начальному условию $y(0) = 2$

Решение: по условию требуется найти **частное решение** ДУ, удовлетворяющее заданному начальному условию. Такая постановка вопроса также называется **задачей Коши**.

Сначала находим общее решение. В уравнении нет переменной «икс», но это не должно смущать, главное, в нём есть первая производная.

Переписываем производную в нужном виде:

$$\frac{dy}{dx} = -2y$$

Очевидно, что переменные можно разделить, мальчики – налево, девочки – направо:

$$\frac{dy}{y} = -2dx$$

Интегрируем уравнение:

$$\int \frac{dy}{y} = -2 \int dx$$

$$\ln|y| = -2x + C^*$$

Общий интеграл получен. Здесь константу я нарисовал с надстрочной звездочкой, дело в том, что очень скоро она превратится в другую константу.

Теперь пробуем общий интеграл преобразовать в общее решение (выразить «игрек» в явном виде). Вспоминаем старое, доброе, школьное: $\ln a = b \Rightarrow a = e^b$. В данном случае:

$$y = e^{-2x+C^*}$$

Константа в показателе смотрится как-то некошерно, поэтому её обычно спускают с небес на землю. Если подробно, то происходит это так.

Используя свойство степеней, перепишем функцию следующим образом:

$$y = e^{C^*} \cdot e^{-2x}$$

Если C^* – это константа, то e^{C^*} – тоже некоторая константа, переобозначим её буквой C :

$$y = Ce^{-2x}$$

Запомните «снос» константы – это **второй технический приём**, который часто используют в ходе решения дифференциальных уравнений.

Итак, общее решение: $y = Ce^{-2x}$, где $C = const$. Такое вот симпатичное семейство экспоненциальных функций.

На завершающем этапе нужно найти частное решение, удовлетворяющее заданному начальному условию $y(0) = 2$. Это тоже просто.

В чём состоит задача? Необходимо подобрать **такое** значение константы C , чтобы выполнялось условие $y(0) = 2$.

Оформить можно по-разному, но понятнее всего, пожалуй, будет так. В общее решение вместо «икса» подставляем ноль, а вместо «играка» двойку:

$$2 = Ce^{-2 \cdot 0}$$

$$2 = Ce^0$$

$$2 = C \cdot 1$$

То есть, $C = 2$

Стандартная версия оформления:

$$y(0) = Ce^{-2 \cdot 0} = Ce^0 = C = 2$$

Теперь в общее решение $y = Ce^{-2x}$ подставляем найденное значение константы $C = 2$:

$y = 2e^{-2x}$ – это и есть нужное нам частное решение.

Ответ: частное решение: $y = 2e^{-2x}$

Тема 1.3 Ряды

Самостоятельная работа №5 (4 часа)

Составить историческую справку о теории рядов.

Составление конспекта на тему: Признаки сравнения числовых рядов.

Подготовка сообщения по вопросу: Разложение элементарных функций в ряд Маклорена.

Тема 2.1 Основы теории множеств

Самостоятельная работа №6 (1 час)

Цель: -познакомиться с историей создания теории множеств;

- углубить понятие теории множеств;

- развивать логическое мышление.

Задание: Написать реферат «Леонард Эйлер»

На выполнение задания отводится 1 час. Возможно использование источников сети Интернет. Объем не более 6 страниц.

Форма контроля: проверка реферата.

Вопросы самоконтроля: 1. Что представляет собой диаграмма Эйлера-Венна;

2. Перечислите действия над множествами.

Тема 2.2 Основы теории графов

Самостоятельная работа №7 (3 часа)

Подготовка сообщения «Возникновение теории графов»; «Теория графов в наши дни»

Цель: расширить знания о возникновении теории графов, ее применении в наши дни

Самостоятельная работа: работа с литературой

Форма контроля: сообщение на уроке

Тема 3.1 Вероятность. Теоремы сложения и умножения вероятностей

Самостоятельная работа №8 (3 часа)

Цель: отработать навыки по вычислению вероятностей событий по классической формуле определения вероятности

Самостоятельная работа: индивидуальная домашняя работа

Форма контроля: проверка работы

Теоретический материал и методические указания к выполнению заданий

Классическое определение вероятности

Пусть некоторый опыт может приводить лишь к одному из конечного множества результатов. Эти результаты будем называть элементарными

исходами. Предположим, что элементарные исходы удовлетворяют следующим условиям:

1. образуют полную группу, т.е. в каждом испытании обязан появиться какой-нибудь из этих исходов;
2. попарно несовместны, т.е. два различных элементарных исхода не могут появиться в одном испытании;
3. равновозможные, т.е. шансы на появление у всех элементарных исходов одинаковы.

В этих условиях может использоваться классическое определение вероятности.

Определение: Элементарные исходы, в которых появляются интересующее нас событие, называются *благоприятными* этому событию.

Определение: *Вероятностью события A* называются число $P(A)$, равное отношению числа исходов испытания, благоприятствующих событию A к общему числу исходов:

$P(A) = \frac{m}{n}$, где n – общее число исходов испытания, m – число исходов, благоприятствующих событию A.

Пример: Бросается один раз игральная кость. Какова вероятность выпадения нечетного числа очков?

Решение: Опыт состоит в бросании игральной кости 1 раз и наблюдении за числом очков, появившихся на верхней грани.

Все исходы опыта: 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Число всех исходов: $n = 6$.

Рассмотрим событие A – выпало нечетное число очков. Исходы благоприятствующие A: 1, 3, 5.

Число исходов, благоприятствующих A : $m = 3$

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Пример: Ребенок играет с шестью буквами разрезной азбуки А, В, К, М, О, С. Какова вероятность того, что при случайном расположении букв в ряд получится слово «МОСКВА»?

Решение: Опыт состоит в случайном расположении шести букв в ряд. Все исходы опыта – множество перестановок из шести различных букв.

Число всех исходов: $n = P_6 = 6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$.

Рассмотрим событие A – при случайном расположении шести букв в ряд получено слово «МОСКВА». Очевидно, что такое расположение букв

единственно, т.е. $m=1$. Найдем вероятность события A: $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{720}$.

Пример: В ящике находится 20 деталей, из них 8 бракованных. Из ящика наудачу извлекают 5 деталей. Найти вероятность того, что среди них окажутся две бракованные детали.

Решение: Опыт состоит в выборе наудачу 5 деталей из 20. Все исходы опыта – множество сочетаний из 20 деталей (находящихся в ящике) по 5.

Число всех исходов опыта $n = C_{20}^5 = \frac{20!}{5! \cdot 15!}$

Рассмотрим событие A – среди 5 деталей, извлеченных из ящика, две бракованные.

Если среди 5 деталей две бракованные, то остальные 3 небракованные. Тогда число исходов, благоприятствующих

событию A , можно найти по принципу умножения. Нужно выполнить одно за другим два действия: из 8 бракованных выбрать 2 детали и затем из 12

небракованных выбрать 3 детали. Первое действие можно выполнить $n_1 = C_8^2$

второе действие можно выполнить $n_2 = C_{12}^3$ способами. Итак, $m = n_1 \cdot n_2 = C_8^2 \cdot C_{12}^3$.

Найдем вероятность события A :

$$P(A) = \frac{C_8^2 \cdot C_{12}^3}{C_{20}^5} = \frac{28 \cdot 220}{15504} = 0,397$$

Задачи на классическое определение вероятности

Буквой A обозначаем событие, фигурирующее в условии задачи.

Задача. Корреспонденция разносится в 5 адресов. Разносчик забыл дома очки и разнес корреспонденцию случайным образом. Какова вероятность того, что вся корреспонденция попала к своим адресатам?

Решение. Элементарным событием является перестановка из 5 адресов. Их число равно $5!$. По смыслу задачи все они равновероятны. Поэтому $P(A) = 1/120$.

Задача. Цифры 0, 1, 2, 3 написаны на четырех карточках. Карточки расположили в случайном порядке. Какова вероятность того, что из них сложено 4-х-значное число?

Решение. Элементарным событием является перестановка из 4 карточек. Их всего $4!$. Поскольку четырехзначное число не может начинаться с нуля, то событие A состоит из тех перестановок, которые начинаются с карточки с не равной нулю цифрой. Их всего $4! - 3! = 18$. Поэтому $P(A) = 18/4! = 18/24 = 3/4$.

Задача. В хоккейном турнире участвуют 6 равных по силе команд. Каждая команда должна сыграть с каждой одну игру. У Вас есть любимая команда. Вы пришли «поболеть» на турнир на одну из игр, выбранных случайно.

Какова вероятность того, что в этой игре будет играть Ваша любимая команда?

Решение. Общее число проведенных игр равно $C_6^2 = 15$. Любимая команда участвует в 5 играх из 15. Поэтому $P(A) = 5/15 = 1/3$.

Задача. В ящике разложено 20 деталей. Известно, что 5 из них являются стандартными. Рабочий случайным образом берет 3 детали. Какова вероятность того, что хотя бы одна деталь стандартная?

Решение. Элементарным событием является сочетание из 20 деталей по 3. Количество таких сочетаний равно C_{20}^3 . В соответствии с решением задачи 11, число сочетаний, содержащих хотя бы одну стандартную деталь равно

$$C_{20}^3 - C_{15}^3 = 685. \text{ Поэтому } P(A) = \frac{685}{C_{20}^3} = \frac{137}{228}.$$

Задача. Из 7 карточек разрезной азбуки составлено слово *колокол*. Эти карточки рассыпали и затем собрали в случайном порядке. Какова вероятность того, что снова получится слово *колокол*?

Решение. На карточках имеется 3 буквы *о*, 2 буквы *к*, 2 буквы *л*. Поэтому, первая буква слова *колокол* может быть выбрана двумя способами, вторая – 3 способами, третья – 2 способами. При уже выбранных первых трех буквах четвертая буква может быть выбрана еще 2 способами (поскольку одна буква *о* уже выбрана). Остальные буквы могут быть выбраны только одним способом. Таким образом (см. решение задачи 12), число перестановок карточек, реализующих слово *колокол* равно произведению чисел 3, 2, 2, 2 т.е. равен 24. Общее число перестановок карточек равно $7!$. Поэтому $P(A) = \frac{24}{7!}$.

Варианты заданий

Решить задачи

1. Из ящика, в котором 10 белых и 6 черных шаров, берут наудачу 3 шара. Какова вероятность того, что один из них белый, а два черных?
2. Набирая номер телефона, абонент забыл три последние цифры, запомнив лишь, что они различные, набрал их наудачу. Найти вероятность того, что набраны нужные цифры?
3. 25 экзаменационных билетов содержат по две вопроса, которые не повторяются. Студент подготовил 45 вопросов. Какова вероятность того, что вытянутый студентом билет состоит из подготовленных им вопросов?
4. В мастерскую для ремонта поступило 15 телевизоров. Известно, что 6 из них нуждаются в общей регулировке. Мастер берет первые

попавшиеся 5 телевизоров. Какова вероятность того, что 2 из них нуждаются в общей регулировке.

5. Из колоды в 52 карты берется наугад 4 карты. Найти вероятность того, что среди этих 4 карт будут представлены все четыре масти.
6. На полке в случайном порядке расставлено 40 книг, среди них находится трехтомник А.С.Пушкина. Некто взял наудачу с полки 5 книг. Найти вероятность того, что среди этих пяти книг есть трехтомник Пушкина.
7. Секретный замок содержит на общей оси 4 диска, каждый из которых разделен на 5 секторов с различными цифрами. Замок открывается только в том случае, если диски установлены так, что образуют определенное число. Найти вероятность того, что при произвольной установке дисков замок откроется.

Виды самостоятельной работы студентов.

1. Работа над учебным материалом: Глава 16, § 93 - 94; (Богомолов, Н. В. Математика : учеб. Для ссузов. - М. : Дрофа, 2018) - чтение текста, конспектирование текста.
2. Реферат на тему «Достоверные и невозможные события». «Доверительный интервал и доверительная вероятность».
3. Решение типовых задач.
 1. В конверте среди 100 фотокарточек находится одна разыскиваемая. Из конверта наудачу извлечены 10 карточек. Найти вероятность того, что среди них окажется нужная.
 2. В ящике 6 белых и 8 черных шаров. Из ящика вынули два шара (не возвращая вынутый шар в ящик). Найти вероятность того, что оба шара белые.
 3. В урне 9 белых и 1 черный шар. Вынули сразу три шара. Какова вероятность того, что все шары белые?
 4. Вероятность того, что в течение дня произойдет неполадка станка, равна 0,03. Какова вероятность того, что в течение четырех дней подряд не произойдет ни одной неполадки?
 5. В лотерее 100 билетов. Разыгрывается один выигрыш в 200 рублей и двадцать выигрышей по 50 рублей. Пусть X – величина возможного выигрыша для человека, имеющего один билет. Составить закон распределения этой случайной величины X .
 6. Случайная величина X задана законом распределения:

1	4	6
0,1	0,6	0,3

Найти ее математическое ожидание.

Тема 3.2. Случайная величина, ее функция распределения

Самостоятельная работа №9 (1 час)

Цель: получить навыки по записи распределения ДСВ, заданной содержательным образом

Самостоятельная работа: индивидуальная домашняя работа

Форма контроля: проверка работы

Решить задачи

1. Связь с дрейфующей станцией могут поддерживать три радиостанции. Вступает с ней в двустороннюю связь та радиостанция, которая первая примет позывные дрейфующей станции. Причем принять сигналы дрейфующей станции для каждой радиостанции имеет одну и ту же вероятность, равную $1/3$. Дрейфующая станция будет устанавливать связь 4 раза в сутки. Составить ряд распределения случайной величины - числа вступлений в двустороннюю связь для радиостанции №1.
2. Вероятность изготовления нестандартной детали равна $0,1$. Для проверки на качество ОТК берет из партии не более четырех деталей. При обнаружении нестандартной детали вся партия задерживается. Составить ряд распределения числа подвергшихся проверке деталей.
3. В цехе брак составляет 5% всех изделий. Составить ряд распределения числа бракованных изделий из трех взятых наудачу.
4. В благоприятном режиме устройство выдерживает три применения без регулировок, перед четвертым его приходится регулировать. В неблагоприятном режиме его приходится регулировать после первого же применения. Вероятность того, что устройство попадает в благоприятный режим, равна $0,7$, в неблагоприятный - $0,3$. Рассматривается случайная величина - число применений устройства до регулировки. Найти ее ряд распределения.

Тема 3.3. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины

Самостоятельная работа №10. (3 часа)

Цель. Сформировать умение находить числовые характеристики дискретных случайных величин, изображать закон распределения ДСВ графически.

Вопросы к занятию:

1. Что называют случайной величиной?
2. Какие виды случайных величин вы знаете?

3. Что называют дискретной случайной величиной?
4. Что называют законом распределения случайной величины?
5. Как можно задать закон распределения ДСВ?
6. Назовите основные числовые характеристики ДСВ, и запишите формулы для их вычисления.

Задание №1. Случайная величина X задана законом распределения:

x	1	2	10	20
p	0,4	0,2	0,15	0,25

Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение.

Построить многоугольник распределения.

Задание №2. Дискретная случайная величина X имеет закон распределения:

x	0,2	0,4	0,6	0,8	1
p	0,1	0,2	0,4	p	0,1

Чему равна вероятность $P\{X=0,4\}$? Построить многоугольник распределения.

Найти математическое ожидание и дисперсию.

Задание №3. Задают ли закон распределения дискретной случайной величины следующие таблицы? Если «да», то найти дисперсию случайной величины.

1)

x	5	6	7	8	9
p	0,1	0,2	0,4	0,3	0,5

2)

x	0	1	2	3
p	0,03	0,34	0,51	0,12

Задание №4. Число физиотерапевтов в каждом из 15 районов некоторого города составляет соответственно 4, 7, 5, 6, 4, 5, 3, 6, 4, 5, 5, 4, 6, 5 и 6 человек. Составить закон распределения случайной величины X , определяемой как число физиотерапевтов в произвольно выбранном районе (из этих 15 районов), найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение этой величины.

Задание №5. В урне 8 шаров, из которых 5 белых, остальные – черные. Из нее вынимают наудачу 3 шара. Найти закон распределения числа белых шаров в выборке.

Задание №6. По условию задачи №5 найти функцию распределения $F(x)$ и построить ее график.

Дополнительные задачи:

Задание №7. ДСВ X имеет закон распределения

X	3	4	5	6	7
P	p_1	0,15	p_2	0,25	0,35

Найдите вероятности p_1 и p_2 , если известно, что p_2 в 4 раза больше p_1 .

Задание №8. Имеется десять студенческих групп, насчитывающих соответственно 12, 10, 11, 8, 12, 9, 10, 8, 10 и 11 студентов. Составить закон распределения случайной величины X , определяемой как число студентов в наугад выбранной группе.

Задание №9. В коробке 7 карандашей, из которых 4 красные. Из этой коробки наудачу извлекаются 3 карандаша. Найти закон распределения ДСВ X , равной числу красных карандашей в выборке.

Задание №10. В упаковке из 10 ампул имеется 8 стандартных. Из этой упаковки наудачу взято две ампулы. Найти закон распределения ДСВ X , равной числу стандартных ампул в выборке. Записать функцию распределения этой случайной величины и построить ее график.

Тема 4.1. Численное интегрирование

Самостоятельная работа №11 (2 часа)

Вид самостоятельной работы: подготовка сообщения.

Срок выполнения: к окончанию раздела.

Содержание: Интегральное исчисление.

Основные требования к результатам работы:

- использование нормативных источников;
- связь теории и практики (примеры);
- оформление сообщения в соответствии с требованиями.

Критерии оценки:

Критерии оценивания	Баллы
<ul style="list-style-type: none"> • соответствие темы и содержания сообщения. • в сообщении отражена достоверная информация. • содержание разделов выдержано в логической последовательности • в сообщении содержатся ссылки на использованные печатные источники и Интернет-ресурсы. 	0 баллов – признак отсутствует 1 балл – выполнено частично 2 балл – выполнено правильно, полностью

<ul style="list-style-type: none"> • сообщение имеет законченный характер, в конце имеются четко сформулированные выводы. 	
<p>Оценки:</p> <p>«5» - 13-14 баллов</p> <p>«4» - 11-12 баллов</p> <p>«3» - 9-10 баллов</p> <p>«2» - менее 9 баллов</p>	

Форма контроля: защита сообщения.

Тема 4.3 Численное дифференцирование

Самостоятельная работа №12. (2 часа)

Подготовка сообщений «Эйлер - вклад в развитие математики»

Цель: получить представление о вкладе в развитие математики Эйлера; расширить знаний о применение дифференциальных уравнений

Самостоятельная работа: работа с литературой

Форма контроля: сообщение на занятии

Тема 4.4 Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений

Самостоятельная работа №13 (2 часа)

Подготовка сообщений «Рунге-Кутт - вклад в развитие математики», «Применение дифференциальных уравнений»

Цель: расширить знаний о применение дифференциальных уравнений

Самостоятельная работа: работа с литературой

Форма контроля: сообщение на занятии

Заключение

При реализации ФГОС СПО большую роль отводят внеаудиторной самостоятельной работе обучающихся.

Представленные методические рекомендации носят прикладной характер. В них включены темы, время выполнения и виды контроля знаний студентов обучающихся по специальности 23.02.01 Организация перевозок и управление на транспорте (по отраслям). Данная тематика самостоятельной работы студентов полностью соответствует знаниям и умениям, заявленным в ФГОС по специальности 23.02.01 Организация перевозок и управление на транспорте (по отраслям) и содержит материал, направленный на формирование общих и профессиональных компетенций.

В ФГОС по специальности 23.02.01 Организация перевозок и управление на транспорте (по отраслям) учебный материал при изучении дисциплины «Математика» направлен на формирование практически всех общих компетенций и профессиональных (ОК 1-9, ПК 1.3, ПК 2.1, ПК 3.1). Поэтому тематика внеаудиторной самостоятельной работы достаточно разнообразна.

При изучении дисциплины «Математика» данные методические рекомендации применяются для выполнения внеаудиторной работы студентов, что приведет к следующим положительным результатам:

-оптимальное сочетание теоретической и практической составляющих обучения. При этом обеспечивается переосмысление места и роли теоретических знаний, их упорядочивание, что, в конечном счёте, приведет к повышению мотивации обучающихся в их освоении.

- возрастет учебная дисциплина обучающихся (сроки выполнения работ студенты старались выполнять);

-можно отметить, что выполнение внеаудиторной работы подготовит обучающихся к экзамену по дисциплине.

Рецензия

на методические указания по выполнению самостоятельных работ
по дисциплине ЕН. 01 Математика для специальности 23.02.01
Организация перевозок и управление на транспорте (по видам)
преподавателя филиала СамГУПС в г. Ртищево
Немковой Надежды Вячеславовны

Методические указания для студентов по выполнению самостоятельной внеаудиторной работы разработаны преподавателем Немковой Н.В. на основе рабочей программы учебной дисциплины ЕН. 01 Математика для студентов специальности 23.02.01 Организация перевозок и управление на транспорте (по видам), рассмотрены и обсуждены на заседании цикловой комиссии. Данная разработка соответствует государственным требованиям к минимуму содержания и уровню подготовки выпускников по специальности 23.02.01 Организация перевозок и управление на транспорте (по видам).

Материалы самостоятельной внеаудиторной работы представляют собой логическое продолжение аудиторных занятий. В указания входят разделы: введение, тематический план, содержание самостоятельных работ, заключение. При предъявлении видов заданий на внеаудиторную самостоятельную работу используется дифференцированный подход к студентам. Работа структурирована, последовательна, логична. Все материалы могут быть использованы преподавателями математики, работающими в системе профессионального образования. Рекомендации могут оказать действенную помощь студентам в выполнении внеаудиторной самостоятельной работы.

Рецензент:

Преподаватель филиала СамГУПС в г. Ртищево



Н.С. Лыгаева