

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Манаенков Сергей Алексеевич  
Должность: Директор  
Дата подписания: 20.03.2023 11:36:50  
Уникальный программный ключ:  
b98c63f50c040387aac163c2b74c04377d59e9

**МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА  
ФИЛИАЛ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ  
СООБЩЕНИЯ» В Г. РТИЩЕВО  
(ФИЛИАЛ СамГУПС В Г. РТИЩЕВО)**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
ПО ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ РАБОТ  
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ  
ОУД.04 МАТЕМАТИКА**

**для специальностей**

**08.02.10 Строительство железных дорог, путь и путевое хозяйство**

*Базовая подготовка среднего профессионального образования*

Рассмотрено и одобрено  
цикловой комиссией  
математических, естественнонаучных  
и общепрофессиональных  
дисциплин

Протокол № 1  
от «31» августа 2021 г.  
Председатель ЦК  
Н.С. Лытаева

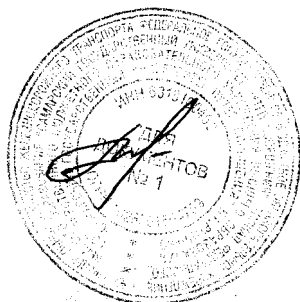
Разработаны на основе рабочей  
программы учебной дисциплины  
ОУД.04 Математика для студентов  
специальности 08.02.10  
Строительство железных дорог, путь  
и путевое хозяйство и Положения о  
самостоятельной работе студентов от  
2014 г.

Утверждаю:

Зам. директора по УР

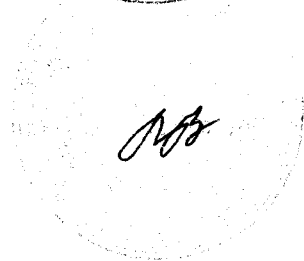
Н.А. Петухова

Разработчик:



Н.С. Лытаева, преподаватель  
филиала СамГУПС в г. Ртищеве

Рецензент:



Л.В. Малаховская, преподаватель  
филиала СамГУПС в г. Ртищеве

## Содержание

- 1 Введение.
- 2 Тематический план.
- 3 Содержание самостоятельных работ.
- 4 Заключение.
- 5 Лист согласования.

## ВВЕДЕНИЕ

Формирование умений самостоятельной работы обучающихся – важная задача всех преподавателей, в том числе и для преподавателя математики.

На каждом занятии преподавателю наряду с планированием учебного материала необходимо продумывать и вопрос о том, какие навыки самостоятельной работы получит на занятии студент.

Если обучающийся научится самостоятельно изучать новый материал, пользуясь учебником или какими-то специально подобранными заданиями, то будет успешно решена задача сознательного овладения знаниями. Знания, которые усвоил обучающийся сам, значительно прочнее тех, которые он получил после объяснения преподавателя. И в дальнейшем он сможет самостоятельно ликвидировать пробелы в знаниях, расширять знания, творчески применять их в решении практических задач.

Цель данных методических указаний – ознакомить с общими положениями о самостоятельной работе обучающихся по математике, с методикой организации самостоятельной работы обучающихся при изучении нового материала и в процессе закрепления на занятии при решении задач, при выполнении внеаудиторной работы.

### **Цель проведения внеаудиторной самостоятельной работы состоит:**

- в формировании теоретических знаний и практических умений в соответствии с требованиями рабочей программы дисциплины;
- в углублении и расширении теоретических знаний;
- в формировании практического опыта и практических умений в работе со справочной и специальной литературой, в поиске и отборе информации из различных источников;
- в развитии познавательных способностей и активности обучающихся: творческой инициативы, ответственности и организованности;
- в формировании самостоятельности мышления;
- в развитии исследовательских умений.

## Самостоятельная работа студентов при решении задач

В процессе изучения математики, наряду с некоторыми теоретическими сведениями, обучающиеся овладевают и закрепляют способы решения задач. Обычно с такими способами знакомит сам преподаватель, показывая решение задач по темам. Наиболее эффективным при этом является такой подход, при котором преподаватель раскрывает перед обучающимся технологию решения задачи, показывает, чем мотивировано применение некоторого метода решения, чем обусловлен выбор того или иного пути.

Работа над задачей тоже может быть полностью самостоятельной работой обучающегося. Она преследует несколько целей:

- продолжить формирование умений самостоятельно изучать текст, который в данном случае представляет собой задачу;
- обучить рассуждениям;
- обучить оформлению решения задач. К тому же обучающиеся будут знать, что у них имеется образец рассуждений и оформления задачи, к которому они могут обратиться при решении другой задачи или при проверке правильности своего решения.

Непременным условием усвоения новых теоретических сведений и овладения новыми приемами решения задач является выполнение обучающимися тренировочных упражнений, в ходе которого приобретенные знания становятся полным достоянием обучающихся. Как известно, существуют две формы организации такой тренировочной работы – фронтальная работа и самостоятельная работа. Фронтальная работа на уроках математики – это традиционная, давно сложившаяся форма. Схематически ее можно описать так: один из обучающихся выполняет задание на доске, остальные выполняют это же задание в тетрадях.

Большие возможности для подготовки обучающихся к творческому труду и самостоятельному пополнению знаний имеет самостоятельное выполнение заданий. В этом случае обучающийся без какой-либо помощи должен наметить пути решения, правильно выполнить все построения, преобразования, вычисления

и т.п. В таком случае мысль обучающегося работает наиболее интенсивно. Он приобретает практический навык работы в ситуации, с которой ему неоднократно придется сталкиваться в последующей трудовой деятельности. Вместе с тем самостоятельная работа обучающихся на занятиях математики имеет и свои недостатки. Усилия обучающегося могут оказаться напрасными и не привести к результату, если он недостаточно подготовлен к решению поставленной задачи. Обучающийся не слышит комментариев к решению, а рассуждения, которые он проводит мысленно, могут быть не всегда правильными и достаточно полными, причем возможности обнаружить это обучающийся не имеет. Вообще при самостоятельном выполнении заданий мыслительные процессы не могут быть проконтролированы преподавателем. Поэтому даже верный ответ может оказаться случайным. Исправление ошибок, допущенных при самостоятельной работе, происходит в ходе ее проверки по окончании всей работы. Поэтому, выполняя упражнение самостоятельно, обучающийся, не усвоивший материал, может повторять одну и ту же ошибку от примера к примеру и невольно закрепить неправильный алгоритм.

Самостоятельная работа над учебным материалом состоит из следующих элементов:

1. Изучение материала по учебнику.
2. Выполнение еженедельных домашних заданий.
3. Выполнение внеаудиторной самостоятельной работы (ВСР).

В методических рекомендациях предлагается перечень внеаудиторных самостоятельных работ, которые обучающиеся должны выполнить в течение учебного года.

При выполнении (ВСР) обучающийся может обращаться к преподавателю для получения консультации.

### **Методические рекомендации по составлению конспекта**

Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта.

Выделите главное, составьте план.

Кратко сформулируйте основные положения текста, отметьте аргументацию автора.

Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно.

Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли.

### **Методические рекомендации по составлению презентаций**

#### *Требования к презентации*

На первом слайде размещается:

- название презентации;
- автор: ФИО, группа, название учебного учреждения (соавторы указываются в алфавитном порядке);
- год.

На втором слайде указывается содержание работы, которое лучше оформить в виде гиперссылок (для интерактивности презентации).

На последнем слайде указывается список используемой литературы в соответствии с требованиями, интернет-ресурсы указываются в последнюю очередь.

#### *Оформление слайдов*

##### Стиль

- необходимо соблюдать единый стиль оформления;
- нужно избегать стилей, которые будут отвлекать от самой презентации;
- вспомогательная информация (управляющие кнопки) не должны преобладать над основной информацией (текст, рисунки)

##### Фон

- для фона выбираются более холодные тона (синий или зеленый)

##### Использование цвета

- на одном слайде рекомендуется использовать не более трех цветов:

один для фона, один для заголовков, один для текста;

- для фона и текста используются контрастные цвета;
- особое внимание следует обратить на цвет гиперссылок (до и после использования)

### *Анимационные эффекты*

- нужно использовать возможности компьютерной анимации для представления информации на слайде;
- не стоит злоупотреблять различными анимационными эффектами; анимационные эффекты не должны отвлекать внимание от содержания информации на слайде

### *Представление информации*

#### Содержание информации

- следует использовать короткие слова и предложения;
- времена глаголов должно быть везде одинаковым;
- следует использовать минимум предлогов, наречий, прилагательных;
- заголовки должны привлекать внимание аудитории

#### Расположение информации на странице

- предпочтительно горизонтальное расположение информации;
- наиболее важная информация должна располагаться в центре экрана;
- если на слайде располагается картинка, надпись должна располагаться под ней

#### Шрифты

- для заголовков не менее 24;
- для остальной информации не менее 18;
- шрифты без засечек легче читать с большого расстояния;
- нельзя смешивать разные типы шрифтов в одной презентации;
- для выделения информации следует использовать жирный шрифт, курсив или подчеркивание того же типа;
- нельзя злоупотреблять прописными буквами (они читаются хуже, чем строчные).



## Способы выделения информации

Следует использовать:

- рамки, границы, заливку
- разные цвета шрифтов, штриховку, стрелки
- рисунки, диаграммы, схемы для иллюстрации наиболее важных фактов

## Объем информации

- не стоит заполнять один слайд слишком большим объемом информации: люди могут одновременно запомнить не более трех фактов, выводов, определений.
- наибольшая эффективность достигается тогда, когда ключевые пункты отражаются по одному на каждом отдельном слайде.

## Виды слайдов

Для обеспечения разнообразия следует использовать разные виды слайдов: с текстом, с таблицами, с диаграммами.

### **Методические рекомендации по составлению кроссворда**

Кроссворд – это игра, состоящая в разгадывании слов по определениям. Кроссворды – это гимнастика ума и испытание на эрудицию. Составление кроссвордов является прекрасным средством активизации мыслительной деятельности.

Существует множество видов кроссвордов. По форме кроссворды могут быть в виде прямоугольника, квадрата, ромба, треугольника, есть круглые (циклические), фигурные, диагональные кроссворды. По расположению кроссворды могут быть симметричные, асимметричные или иметь вольное расположение слов. По содержанию выделяют тематические, учебные, числовые, алфавитные кроссворды, кроссворды с фрагментами (рисунками), кроссворды с ключевым словом или фразой и др.

### **Общие правила составления кроссвордов:**

- Загаданные слова должны быть в именительном падеже и единственном числе, кроме слов, которые не имеют единственного числа.

- Не используются слова, пишущиеся через тире и имеющие уменьшительно-ласкательную окраску.
- Не используются аббревиатуры и сокращения.
- В каждую белую клетку кроссворда вписывается одна буква.
- Каждое слово начинается в клетке с номером, соответствующим его определению, и заканчивается черной клеткой или краем фигуры.
- Имен собственных в кроссворде может быть не более 1/3 от всех слов.
- Не следует применять при составлении кроссвордов слова, которые могут вызвать негативные эмоции, жаргонные и нецензурные слова.
- Не желательно при создании кроссвордов употреблять малоизвестные названия, устаревшие и вышедшие из обихода слова.
- Начинать составлять кроссворд рекомендуется с самых длинных слов.

### **Правила оформления кроссвордов:**

- Кроссворд может быть оформлен от руки на листах формата А4 или набран на компьютере с использованием любого текстового или табличного редактора и распечатан на принтере.

- При составлении кроссворда можно использовать специальные компьютерные программы типа «HotPotatoes», «EclipseCrossword», «Decalio» или бесплатные онлайн-сервисы типа «Фабрика кроссвордов». При этом кроссворд должен быть сохранен на электронный носитель в виде исполняемого файла и может быть представлен в электронном виде.

- Рисунок кроссворда должен быть четким.

- Сетка кроссворда должна быть выполнена в двух экземплярах:

1-й экземпляр – с заполненными словами;

2-й экземпляр – пустая сетка только с цифрами позиций.

- Толкования слов (определения) должны быть строго лаконичными. Не следует делать их пространными, излишне исчерпывающими, многословными, несущими избыточную информацию. В определениях не должно быть однокоренных слов.

- Каждому слову в сетке кроссворда присваивается номер. При этом номера расставляются последовательно слева направо, от верхней строчки к нижней.
- Ответы на кроссворд публикуются отдельно. Оформляются на отдельном листе.

#### **Алгоритм самостоятельной работы по составлению кроссворда:**

1. Внимательно прочитайте учебный материал по изучаемой теме (конспекты, дополнительные источники).
2. Определите круг понятий по изучаемой теме, из которых будет состоять Ваш кроссворд.
3. Составьте вопросы к выбранным понятиям.

Каждому понятию надо дать правильное, лаконичное толкование.

1. Продумайте дизайн кроссворда, его эстетическое оформление.
2. Начертите кроссворд и оформите список вопросов к нему.
3. Оформите ответы на кроссворд на отдельном листе.
4. Проверьте правильность выполненной работы (грамотность написания понятий и определений, соответствие нумерации, количество соответствующих ячеек).

**К критериям оценки самостоятельной работы по составлению кроссворда относятся:**

- соответствие содержания кроссворда изучаемой теме;
- грамотность в изложении терминов, понятий изучаемой темы;
- уровень сложности составленных вопросов;
- наличие листа правильных ответов;
- качество оформления работы (аккуратность, эстетичность, оригинальность).

## Тематический план

Наименование разделов и тем	Количество часов
<b>Введение</b>	<b>2</b>
<b>Раздел 1. Алгебра</b>	<b>49</b>
Тема 1.1 Развитие понятия о числе	4
Тема 1.2 Корни, степени и логарифмы	10
Тема 1.4 Основы тригонометрии	16
Тема 1.3 Функции, их свойства и графики	10
Тема 1.4 Уравнения и неравенства	9
<b>Раздел 2. Начала математического анализа</b>	<b>26</b>
Тема 2.1 Дифференциальное исчисление	12
Тема 2.2 Интегральное исчисление	14
<b>Раздел 3. Комбинаторика, статистика и теория вероятностей</b>	<b>12</b>
Тема 3.1 Элементы комбинаторики	2
Тема 3.2 Элементы теории вероятностей	6
Тема 3.3 Элементы теории математической статистики	4
<b>Раздел 4. Геометрия</b>	<b>29</b>
Тема 4.1 Прямые и плоскости в пространстве	6
Тема 4.2 Многогранники	5
Тема 4.3 Тела и поверхности вращения	6
Тема 4.4 Измерения в геометрии	6
Тема 4.5 Координаты и векторы	6
<b>Всего</b>	<b>118</b>

## Введение

### *Самостоятельная работа № 1 (2 часа)*

**Тема:** Биографии ученых – математиков

**Цель:** сбор и систематизация знаний о творчестве и работе великих ученых-математиков, выяснить место и роль в науке; развитие навыков работы с текстом, умения анализировать информацию, способность ее систематизировать, оценивать, использовать

**Задание.** Подготовить рефераты об ученых-математиках

**Инструкция:**

- изучить литературу;
- отразить в сообщении биографию ученых, обратить внимание на сферы их деятельности.
- привести наиболее интересные факты из биографий ученых.

**Список используемой литературы:**

Интернет - ресурсы.

**Контроль:** выступления на занятиях; собеседование с группой; просмотр и проверку выполнения самостоятельной работы; обсуждение результатов выполнения самостоятельной работы на учебном занятии.

## Раздел 1. Алгебра

### Тема 1.1 Развитие понятия о числе

#### *Самостоятельная работа № 2 (2 часа)*

**Тема:** Тригонометрическая и показательная форма записи комплексных чисел

**Цель:** знать тригонометрическую и показательную форму записи комплексных чисел и уметь выполнять действия над комплексными числами, заданными этими формами

**Задания:**

#### Вариант 1

1. Вычислить: 1)  $(3-2i)(4+i) - (7-5i)$ ; 2)  $\frac{1+i}{2-3i} + \left(\frac{3}{5} - i\right)$ ; 2,6.
2. Выполнить действия  $i^2 + i^3 + i^4$  и результат представить в тригонометрической форме.
3. Представить в тригонометрической форме число:  $\frac{\sqrt{3}+i}{2}$ .

4. Выполнить действия: 1)  $2\left(\cos\frac{\pi}{8} + i\sin\frac{\pi}{8}\right) \cdot 3\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$ ;  
 2)  $\frac{\sqrt{14}(\cos 18^\circ + i\sin 18^\circ)}{\sqrt{7}(\cos 36^\circ + i\sin 36^\circ)}$ .
5. Решить уравнение  $z^2 - z + 7 = 0$ .

### Вариант 2

1. Вычислить: 1)  $(4-5i) - (2+i)(1-3i)$ ; 2)  $\frac{2-i}{1+3i} - \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{2}i\right) \cdot 1,4$ .
2. Выполнить действия  $i^4 + i^5 + i^6$  и результат представить в тригонометрической форме.
3. Представить в тригонометрической форме число:  $\frac{1+\sqrt{3}i}{2}$ .
4. Выполнить действия: 1)  $\sqrt{2}\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right) \cdot \sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ ;  
 2)  $\frac{3(\cos 15^\circ + i\sin 15^\circ)}{5(\cos 60^\circ + i\sin 60^\circ)}$ .
5. Решить уравнение:  $z^2 - 2z + 6 = 0$ .

### Самостоятельная работа № 3 (2 часа)

**Тема:** Действия над комплексными числами

**Цель:** уметь выполнять действия над комплексными числами, заданными разными формами

### Методические рекомендации

*Формы комплексного числа.*

1. Алгебраическая  $z = a + bi$

сложение:  $(a_1 + b_1i) + (a_2 + b_2i) = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i$

умножение:  $(a_1 + b_1i) \cdot (a_2 + b_2i) = a_1a_2 + (a_1b_2 + a_2b_1)i - b_1b_2$

деление:  $\frac{a_1 + b_1i}{a_2 + b_2i} = \frac{(a_1 + b_1i)(a_2 - b_2i)}{(a_2 + b_2i)(a_2 - b_2i)}$

2. Тригонометрическая  $z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$

умножение:  $z_1 \cdot z_2 = r_1r_2(\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 + \varphi_2))$

деление:  $\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}(\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 - \varphi_2))$

возведение в степень:  $z^n = r^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi)$

извлечение корня:  $z_k = \sqrt[n]{r} \left( \cos\left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2\pi k}{n}\right) + i\sin\left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2\pi k}{n}\right) \right), \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots$

3. Показательная  $z = r \cdot e^{i\varphi}$

умножение:  $z_1 \cdot z_2 = e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$

деление:  $\frac{z_1}{z_2} = e^{i(\varphi_1 - \varphi_2)}$

возведение в степень:  $z^n = e^{in\varphi}$

**Задание:***1 вариант*

1. Найдите  $\frac{z_1}{z_2}$ , если  $z_1 = 3 + i$ ,  
 $z_2 = 2 - 8i$
2. Найдите модуль комплексного числа  $z = -2 + 2\sqrt{3}i$
3. Найдите  $z_1 \cdot z_2$ , если  $z_1 = 6 - 2i$ ,  
 $z_2 = 3 - 4i$
4. Изобразите число на комплексной плоскости  $z = 2 + 4i$
5. Вычислите:  $(-5x + 4y^2i) \cdot (5x - 4y^2i)$
6. Разложите на множители:  
а)  $x^2 + 1$ ; б)  $25x^2 + 9y^2$
7. Решите уравнения:  
а)  $x^2 + x + 1 = 0$ ; б)  $x^2 + 2x + 2 = 0$
8. Выполнить умножение, деление и возведение в степень комплексных чисел  $(z_1 \cdot z_2, \frac{z_1}{z_2}, z_1^2, z_2^3)$ , если  
а)  $z_1 = \cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3}$ ,  
 $z_2 = 2(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})$   
б)  $z_1 = e^{i\frac{\pi}{5}}$ ;  $z_2 = e^{i\frac{4\pi}{5}}$
9. Запишите в тригонометрической и показательной форме комплексное число  
а)  $z = \sqrt{3} + i$ ; б)  $z = -1 + i$

*2 вариант*

1. Найдите  $\frac{z_1}{z_2}$ , если  $z_1 = 1 + 2i$ ,  
 $z_2 = -4 + 2i$
2. Найдите модуль комплексного числа  $z = 3 - 4\sqrt{5}i$
3. Найдите  $z_1 \cdot z_2$ , если  $z_1 = 1 + 2i$ ,  
 $z_2 = 3 + i$
4. Изобразите число на комплексной плоскости  $z = -3 + 4i$
5. Вычислите:  $(6x^3 + yi) \cdot (-6x^3 + yi)$
6. Разложите на множители:  
а)  $x^2 + y^2$ ; б)  $16x^2 + 9y^2$
7. Решите уравнения:  
а)  $5x^2 = 7x + 3 = 0$ ; б)  $2x^2 + 2x + 1 = 0$
8. Выполните умножение, деление и возведение в степень комплексных чисел  $(z_1 \cdot z_2, \frac{z_1}{z_2}, z_1^2, z_2^3)$ , если  
а)  $z_1 = 3(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4})$ ,  
 $z_2 = 2(\cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{7\pi}{4})$   
б)  $z_1 = 3e^{i\frac{\pi}{4}}$ ;  $z_2 = 4e^{i\frac{\pi}{3}}$
9. Запишите в тригонометрической и показательной форме комплексное число  
а)  $z = \sqrt{3} - i$ ; б)  $z = 1 - i$

**Тема 1.2. Корни, степени и логарифмы*****Самостоятельная работа № 4 (2 часа)***

**Тема:** Преобразование выражений, содержащих радикалы и степени с дробными показателями

**Цель:** уметь применять свойства степеней, содержащих радикалы и степени с дробными показателями

**Задание:** Вычислить:

1.  $25^{\frac{3}{2}} \cdot (0,001)^{\frac{1}{3}}$

2.  $\left( \sqrt[3]{24} * \sqrt[3]{2\frac{2}{3}} \right)^{\frac{1}{2}}$

3.  $8^{-\frac{1}{3}} * 16^{\frac{1}{3}} * \sqrt[3]{4}$

4.  $\left( 27^{\frac{1}{3}} * 8^{\frac{2}{3}} * 32^{\frac{2}{5}} * 81^{\frac{3}{4}} \right)^{\frac{1}{4}}$

5.  $\left( 27^{\frac{2}{3}} + 125^{\frac{1}{3}} + 8^{\frac{1}{3}} \right)^{\frac{1}{4}}$

Упростить:

1.  $\frac{x^{-\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{5}{3}}}{x^{\frac{3}{5}}}$

2.  $\frac{x-y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$

Найдите значения выражения  $\frac{a^{\frac{4}{3}}v + av^{\frac{4}{3}}}{\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{v}}$ , при  $a=2$ ,  $v=5$

### ***Самостоятельная работа № 5 (2 часа)***

**Тема:** Значение и история понятия логарифма

**Цель:** развитие интереса к предмету

**Задание:** подготовить реферат по предложенной теме

#### **Методические рекомендации**

Реферат должен быть выполнен с соблюдением методических рекомендаций по написанию реферата.

### ***Самостоятельная работа № 6 (2 часа)***

**Тема:** Решение заданий на преобразование логарифмических выражений



**Цель:** знать основное логарифмическое тождество, свойства логарифмов, уметь применять их при преобразовании выражений

### Методические рекомендации

#### I. Свойства логарифмов.

1. Основное логарифмическое тождество:  $a^{\log_a x} = x$
2.  $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
3.  $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
4.  $\log_a x^n = n \log_a x$
5.  $\log_a a = 1$
6.  $\log_a 1 = 0$
7.  $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
8.  $\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$  – формула перехода к новому основанию
9.  $\log_{a^n} x = \frac{1}{n} \log_a x$

#### Задание:

##### 1 вариант

1. Найдите значение числового выражения:

$$\log_3 27 - \log_{\sqrt{3}} 27 - \log_{\frac{1}{3}} 27 - \log_{\frac{\sqrt{3}}{2}} \left(\frac{64}{27}\right)$$

2. Вычислите:

а)  $2 \log_6 2 + \log_6 9$ ; б)

$\log_{11} 484 - 2 \log_{11} 2$ ;

в)  $3^{\log_{35} 4} + 2^{\frac{1}{\log_{16} 4}}$

3. Найдите  $\log_5 72$ , если известно, что  $\log_5 2 = a$ ,  $\log_5 3 = b$ .

4. Вычислить:

а)  $(\log_7 15 + \log_7 4 - \log_7 6) \cdot \lg 7$ ;

б)  $\frac{1}{2} \log_7 36 - \log_7 14 - 3 \log_7 \sqrt[3]{21}$

##### 2 вариант

1. Найдите значение числового выражения:

$$\left(\log_{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{4} + 6 \log_{\frac{1}{4}} \left(\frac{1}{2}\right) - 2 \log_{\frac{1}{16}} \left(\frac{1}{4}\right)\right) \div \log_{\sqrt{2}} \sqrt[5]{8}$$

2. Вычислите:

а)  $\log_5 100 - 2 \log_5 2$ ; б)  $4 \log_{12} 2 + 2 \log_{12} 3$ ;

в)  $3^{\log_{\frac{1}{3}} 2} + \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{\log_2 3}{\log_2 9}}$

3. Вычислите  $\log_5 30$ , если известно, что  $\log_5 2 = a$ ,  $\log_5 3 = b$ .

4. Вычислить:

а)  $\lg 2 \cdot (\log_2 75 - \log_2 15 + \log_2 20)$ ;

б)  $\log_8 12 - 2 \log_8 \sqrt{15} + \log_8 20$

### Самостоятельная работа № 7 (2 часа)

**Тема:** Преобразование выражений, содержащих степени и логарифмы

**Цель:** уметь вычислять значения логарифмических выражений

**Задание:**

1. Найдите значение выражения:

а)  $\log_{12} 2 + \log_{12} 72$  ;

б)  $\log_8 \frac{1}{16} - \log_8 32$  ;

в)  $\log_{\sqrt{3}} \frac{1}{3} - \log_{0,2} 5 + \log_{64} 4$  ;

г)  $\frac{\log_4 45 + 2 \log_4 \frac{1}{3}}{\log_4 75 - \log_4 3}$  ;

2. а) найдите  $x$ , если  $\lg x = \lg 8 + \lg 20 - \lg 40$

$$\lg x = \frac{\log_5 27 - 2 \log_5 3}{\log_5 45 + \log_5 0,2}$$

б) найдите  $x$ , если

3. Вычислите:

а)  $\log_4 1 + \log_2 \frac{1}{8} + \log_3 \sqrt[4]{3}$

б)  $\log_{\sqrt{5}} 25\sqrt{5}$  ;

в)  $\log_9 \log_4 64$  ;

г)  $25^{1 + \log_{25} 3}$  ;

д)  $4^{1,5 - \log_2 5}$  .

### **Самостоятельная работа № 8 (2 часа)**

**Тема:** Решение показательных, логарифмических уравнений и неравенств

**Цель:** знать методы решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, уметь применять их при решении соответствующих заданий.

**Задание:**

*1 вариант*

*2 вариант*

1. Решить уравнения:

1. Решить уравнения:

а)  $4^{x+1} + 4^{x+2} = 40$ ; б)  $3^{2x+1} - 9^x = 18$ ;

а)  $5^x - 5^{x-1} = 100$  ; б)  $9^{x+1} + 3^{2x+4} = 30$  ;

в)  $\log_2 x + 2 \log_4 x + 3 \log_8 x + 4 \log_{16} x = 4$ ;

в)  $\log_3 x + 2 \log_9 x + 3 \log_{27} x + 4 \log_{81} x = 8$  ;

$$\text{г) } \log_{\frac{1}{4}}(2x^2 - 7x - 6) = -2;$$

$$\text{г) } \log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 17x + 9) = -3;$$

$$\text{д) } 3 \lg^2 x - 5 \lg x + 2 = 0.$$

$$\text{д) } 5 \lg^2 x + \lg x - 1 = 0.$$

2. Решить неравенства:

2. Решить неравенства:

$$\text{а) } 4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 8 \leq 0; \text{ б) } 7^{4x^2-9x+6} > 7;$$

$$\text{а) } 25^x - 4 \cdot 5^x - 5 \leq 0; \text{ б) } 3^{3x^2-7x+6} < 9;$$

$$\text{в) } \log_2(3x - 5) > 3; \text{ г) } \lg^2 x - \lg x - 2 > 0.$$

$$\text{в) } \log_7(5x - 4) \geq 0; \text{ г) } \lg^2 x + \lg x - 2 < 0.$$

## Тема 1.4. Основы тригонометрии

### Самостоятельная работа № 9 (2 часа)

**Тема:** История развития и становления тригонометрии

**Цель:** развитие интереса к предмету

**Задание:** подготовить реферат по предложенной теме

Реферат должен быть выполнен с соблюдением методических рекомендаций по написанию реферата.

### Самостоятельная работа № 10 (4 часа)

**Тема:** Тождественное преобразование в тригонометрических выражениях

**Цель:** уметь применять тригонометрические формулы в процессе решения

**Задание:**

1. Вычислите:

$$\text{а) } \cos 105^\circ; \text{ б) } \sin \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{6};$$

$$\text{в) } \sin 150^\circ; \text{ г) } \cos \frac{7\pi}{12} \cdot \cos \frac{\pi}{12}; \text{ д) } \cos 75^\circ + \cos 15^\circ$$

2. Упростите выражения:

$$\text{а) } \sin 3x \cos 2x + \sin 2x \cos 3x;$$

$$\text{б) } \sin(\alpha + \beta) - \cos \alpha \sin \beta;$$

$$\text{в) } \frac{\cos 65^\circ \cos 40^\circ - \sin 65^\circ \sin(-40^\circ)}{\sin 17^\circ \cos 8^\circ + \cos 17^\circ \sin 8^\circ};$$

$$\text{г) } \sin(\alpha + 120^\circ) - \sin(60^\circ - \alpha);$$

$$\text{д) } \frac{\operatorname{tg} 3x - \operatorname{tg} 2x}{1 + \operatorname{tg} 2x \operatorname{tg} 3x};$$

3. Найдите значение выражения при  $\alpha = \frac{\pi}{4}$

$$\frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)}{\cos(2\pi + \alpha) \operatorname{tg}(\pi + \alpha)}$$

4. Дано:  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

Вычислите:  $\cos \alpha$ ,  $\operatorname{ctg} \alpha$ ,  $\cos \frac{\alpha}{2}$ ,  $\sin 2\alpha$

5. Докажите тождества

а)  $1 + \cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha$ ;

б)  $\frac{\sin(\alpha+\beta) - 2\sin \alpha \cos \beta}{2\sin \alpha \sin \beta + \cos(\alpha+\beta)} = \operatorname{tg}(\alpha - \beta)$ .

### *Самостоятельная работа № 11 (3 часа)*

**Тема:** Решение тригонометрических уравнений и систем уравнений

**Цель:** уметь решать тригонометрические уравнения

**Задание:**

№1. Решите уравнения:

A.  $\cos x = \frac{1}{2}$ ;

B.  $\sin^2 x - \sin x - 5 = 0$ ;

C.  $3 \cos x - 2\sin^2 x = 0$ ;

D.  $\operatorname{ctg} x + 3\operatorname{tg} x = -4$ ;

E.  $7\sin^2 x = 4\sin 2x - \cos^2 x$ .

№2. Решите систему уравнений:

A. 
$$\begin{cases} \sin x - \cos y = 1 \\ \sin x + \cos y = 0 \end{cases}$$

B. 
$$\begin{cases} \cos x + \sin y = 0,5 \\ \cos x - \sin y = 0,5 \end{cases}$$

### *Самостоятельная работа № 12 (4 часа)*

**Тема:** Решение тригонометрических уравнений повышенной сложности

**Цель:** знать методы решения тригонометрических уравнений, формулы для нахождения корней, уметь использовать полученные знания при решении уравнений повышенной сложности

**Задание:** решите уравнения:

1.  $\sin 6x + \cos 6x = 1 - 2\sin 3x$ ;

2.  $29 - 36\sin^2(x-2) - 36\cos(x-2) = 0$ ;

3.  $2\sin x \cdot \cos x + \sqrt{3} - 2\cos x - \sqrt{3}\sin x = 0$ ;

4.  $\sin 4x = 2 \cos^2 x - 1$ ;
5.  $\sin x(\sin x + \cos x) = 1$ ;
6.  $\frac{1}{1 + \cos^2 x} + \frac{1}{1 + \sin^2 x} = \frac{16}{11}$ .

### Подсказки

1. Воспользуйтесь формулой двойного угла для  $\sin 6x$  и  $\cos 6x$ .
2. Обозначьте  $x - 2 = t$ , решите уравнение, сведя его к квадратному с помощью формулы  $\sin^2 t = 1 - \cos^2 t$ .
3. Сгруппируйте 1-ое и 3-е слагаемые, примените разложение на множители.
4. Воспользуйтесь формулой двойного угла для  $\sin 4x$  и  $\cos 4x$ , формулой понижения степени  $2 \cos^2 x - 1 = \cos 2x$ .
5. Раскройте скобки, примените основное тригонометрическое тождество.
6. Приведите дроби к общему знаменателю, а затем используйте основное тригонометрическое тождество  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ , сведите уравнение к квадратному.

### *Самостоятельная работа № 13 (3 часа)*

**Тема:** Решение тригонометрических неравенств

**Цель:** уметь решать тригонометрические неравенства

**Задание:** решить неравенства:

1.  $\cos 3x > \frac{1}{2}$
2.  $2\cos\left(\frac{3}{2}\pi + 2x\right) \leq 2$
3.  $\sin \frac{x}{2} \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$
4.  $2\sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) > \sqrt{3}$
5.  $\sqrt{2 \sin \frac{x}{2} - 1} > 0$
6.  $6\cos^2 x - 5\cos x + 1 \leq 0$
7.  $\operatorname{tg}\left(\frac{x}{3} - 1\right) \leq -1$
8.  $2\cos \frac{x}{3} > 1$

### Тема 1.3. Функции, их свойства и графики

### *Самостоятельная работа № 14 (3 часа)*

**Тема:** Элементарные функции. Сложные функции

**Цель:** знать определение функции, элементарной функции, сложной функции

**Задание:** изучив тему, письменно ответьте на вопросы:

1. Сформулируйте определение функции.
2. Какую функцию называют сложной?
3. Перечислите основные элементарные функции.
4. Какие функции называются элементарными?

### ***Самостоятельная работа № 15 (3 часа)***

**Тема:** Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях

**Цель:** развитие интереса к предмету

**Задание:** подготовить реферат по предложенной теме.

Реферат должен быть выполнен с соблюдением методических рекомендаций по написанию реферата.

### ***Самостоятельная работа № 16 (4 часа)***

**Тема:** Построение графиков

**Цель:** закрепить навыки построения графиков функций

**Задание:**

1. Построить графики функций:

а)  $f(x) = x^2(x-2)^2$

б)  $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 9$

в)  $f(x) = 2 - 3x^2 - x^3$

г)  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 4$

2. Решите показательное уравнение графическим способом:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x = \sqrt{x+1}.$$

### **Тема 1.4. Уравнения и неравенства**

### ***Самостоятельная работа № 17 (3 часа)***

**Тема:** Решение рациональных и иррациональных уравнений и неравенств

**Цель:** закрепить навыки решения рациональных и иррациональных уравнений и неравенств

**Задание:**

Решите уравнения:

а)  $(x^3 - 27) / (x - 3) = 27,$

б)  $x^6 - 5x^3 + 4 = 0,$

в)  $\sqrt[3]{x + 6} = 2,$

г)  $\sqrt{7 - 6x} = x,$

д)  $\sqrt{\frac{5}{8-4x}} = \frac{1}{10}.$

Решить неравенства:

а)  $-2 < 3x - 4 < 5,$

б)  $-x^2 + 7x - 10 \geq 0,$

в)  $\sqrt{x + 8} - x + 2 = 0$

г)  $\sqrt{x^2 - x - 2} \geq x - 1$

**Самостоятельная работа № 18 (3 часа)****Тема:** Показательные уравнения и неравенства**Цель:** закрепить навыки решения показательных уравнений и неравенств**Задание:**

Решите уравнения:

1.  $2^{5x-x^2} = 16$

2.  $4^{x+2} = 2$

3.  $2^{x-1} + 2^{-x-1} = 1$

4.  $3^{x^2} = 81$

5.  $4^x - 10 \cdot 2^{x-1} = 24$

Решите неравенства:

1.  $\left(\frac{5}{6}\right)^{1-2x} > \left(\frac{6}{5}\right)^{2+x}$

2.  $4^{2x-3} - 3 \cdot 4^{x-2} - 1 \geq 0$

3.  $(0,25)^{2-x} < 256$

4.  $\left(\frac{27}{8}\right)^{x-1} > \frac{4}{9}$

5.  $\left(\frac{4}{9}\right)^{x-1} > 1$

### *Самостоятельная работа № 19 (3 часа)*

**Тема:** Логарифмические уравнения и неравенства

**Цель:** закрепить навыки решения логарифмических уравнений и неравенств

**Задание:**

Решить уравнение:

1.  $\log_{\sqrt{3}}(4x - 3) = 4$
2.  $49^x - 7^{x+1} - 8 = 0$
3.  $\log_{x^2} 81 + \log_{\sqrt{x}} 4 = 2$
4.  $\log_{1/2}(2x - 1) + \log_{1/2}(x + 3) = -2$
5.  $\log_2(x - 3) + \log_2(2x + 1) = 2$

Решите неравенства:

1.  $\log_{0,5}(3x - 2) < -1$
2.  $\log_3 x + \log_3(x - 2) \leq 1$
3.  $\log_2(2x + 3) > 2$
4.  $3 \cdot 15^x - 3 \cdot 5^{x+1} - 25 \cdot 3^x + 125 < 0$
5.  $\log_{x^2}(3 - 2x) > 1$

## **Раздел 2. Начала математического анализа**

### **Тема 2.1. Дифференциальное исчисление**

#### *Самостоятельная работа № 20 (2 часа)*

**Тема:** Способы задания и свойства числовой последовательности. Понятие о пределе последовательности. Бесконечно убывающая геометрическая последовательность и ее сумма

**Цель:** знать определение последовательности и способы ее задания; иметь понятие о пределе последовательности, бесконечно убывающей геометрической последовательности и ее сумме

**Задание:**

1. Изучив тему, письменно ответьте на вопросы:

1. Сформулируйте определение последовательности.
2. Перечислите способы задания последовательности.
3. Сформулируйте определение предела последовательности.
4. Дайте понятие бесконечно убывающей геометрической прогрессии и ее сумме.



2. Выполните письменно задания: №4.38 (а,г), с. 138 из учебника Никольский С.М. Алгебра и начала математического анализа. 10 кл.– М.: Просвещение, 2014, §4, п.4.5.

### *Самостоятельная работа № 21 (2 часа)*

**Тема:** Предел, связанный с числом  $e$

**Цель:** знать основу появления числа  $e$ .

**Задание:**

1. Изучив тему, письменно ответьте на вопросы:

- 1<sup>0</sup>. Сформулируйте теорему о существовании предела:  
а) ограниченной сверху неубывающей последовательности;  
б) ограниченной снизу невозрастающей последовательности.  
2<sup>0</sup>. Что такое число  $e$  (прим. 3, с. 141)?

2. Выполните письменно задание: №4.47(а,б,в).

Литература: Никольский С.М. Алгебра и начала математического анализа. 10 кл.– М.: Просвещение, §4, п. 4.6.

### *Самостоятельная работа № 22 (3 часа)*

**Тема:** Производные

**Цель:** закрепить умения и навыки нахождения производных

**Задание:**

1. Найдите производную функции:

а)  $y = -x^8 + 7x^6 - 8x + 11$

б)  $y = (5 - 3x)^7$

в)  $y = (3 - 5x) \cdot \cos x$

г)  $y = \frac{1}{6} \cos 3x$

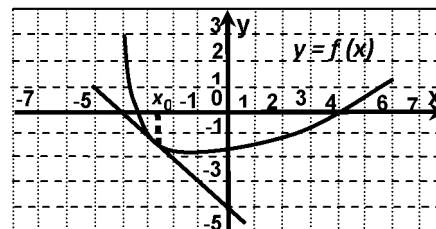
д)  $y = \frac{x^5 - 2}{5x^3}$

е)  $4x^2 \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt[3]{x^5}}$

ж)  $\sqrt[3]{(2x+3)^2}$

з)  $\text{ctg}9x$

2. Материальная точка движется по закону  $s(t) = \frac{9}{2}t^2 - 7t + 6$  (м). В какой момент времени скорость точки будет равна 12,8 м/с?
3. Найти угловой коэффициент касательной, проведённой к графику функции  $y = \frac{5}{6}x^3 - 3x^2 + x - 2$  в точке с абсциссой  $x_0 = -2$ .
4. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной в точке  $x_0$ .
5. Найдите промежутки возрастания и убывания функции  $y = -x^4 + 8x^2 - 16$ .
6. Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 31$  на отрезке  $[-1; 4]$ .



### Самостоятельная работа № 23 (2 часа)

**Тема:** Производная и ее применение

**Цель:** развитие интереса к предмету

**Задание:** создание презентации по заявленной теме

Работа должна соответствовать методическим рекомендациям по созданию презентации.

### Самостоятельная работа № 24 (3 часа)

**Тема:** Решение прикладных задач

**Цель:** уметь применять определение производной и ее механический смысл к решению прикладных задач

#### Методические рекомендации

*Физический смысл первой производной.* Физический смысл производной заключается в том, что мгновенная скорость движения  $g(t)$  в момент времени  $t$  есть производная пути по времени, т.е.

$$g(t) = \frac{dS(t)}{dt} = S'(t)$$

*Физический смысл второй производной.* Ускорение прямолинейного движения в данный момент времени есть первая производная скорости по времени или вторая производная пути по времени:

$$a(t) = g'(t) = S''(t)$$

Пример. Зависимость пути от времени при прямолинейном движении точки задана уравнением  $S = t^3 - 6t^2 - 12t + 3$ . В какой момент времени ускорение движения точки будет равно  $24 \text{ м/с}^2$ ?

Решение

а) найдем скорость движения точки по формуле:  $v(t) = S'(t)$

$$v(t) = (t^3 - 6t^2 - 12t + 3)' = 3t^2 - 12t - 12$$

б) найдем ускорение движения точки по формуле:  $a(t) = v'(t)$

$$a(t) = (3t^2 - 12t - 12)' = 6t - 12$$

в) из условия  $a = 24 \text{ м/с}^2$ , находим момент времени:

$$6t - 12 = 24$$

$$6t = 36$$

$$t = 6 \text{ с}$$

Ответ: 6 с.

**Задание:**

1 вариант

2 вариант

1. Тело движется вверх по закону

$$S(t) = v_0 t - \frac{gt^2}{2} \text{ с начальной}$$

скоростью  $v_0 = 30 \text{ м/с}$ ,  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ .

Через сколько секунд скорость станет равной  $10 \text{ м/с}$ ?

2. Найдите силу, действующую на тело массой  $5 \text{ кг}$ , движущееся по

$$S(t) = \frac{1}{3}t^3 - 2t + 1 \text{ в момент}$$

времени  $t = 3 \text{ с}$ .

3. Определить кинетическую энергию точки, массой  $m = 2 \text{ кг}$ , движущейся по закону  $S(t) = 3t^2 + 4$  в момент времени  $t = 2 \text{ с}$ .

4. Точка движется по прямой по закону  $S(t) = 2t^2 - 3t - 1$ . Найдите ускорение точки в момент времени  $t = 2 \text{ с}$ .

1. Тело движется вверх по закону

$$S(t) = v_0 t - \frac{gt^2}{2} \text{ с начальной скоростью}$$

$v_0 = 50 \text{ м/с}$ ,  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ . Через

сколько секунд скорость станет равной  $20 \text{ м/с}$ .

2. Тело массой  $3 \text{ кг}$  движется по прямой согласно уравнению

$$S(t) = 2t^3 - 2t + 3. \text{ Найдите}$$

действующую на него силу в момент времени  $t = 5 \text{ с}$ .

3. Определить кинетическую энергию точки, массой  $m = 3 \text{ кг}$ , движущейся по закону  $S(t) = 5t^2 + 2$  в момент времени  $t = 3 \text{ с}$ .

4. Точка движется по прямой по закону  $S(t) = 3t^2 + 4t - 2$ . Найдите ускорение точки в момент времени  $t = 1 \text{ с}$ .

## Тема 2.2. Интегральное исчисление

### Самостоятельная работа № 25 (3 часа)

Тема: Первообразная

**Цель:** развитие интереса к предмету

**Задание:** составить тест «Первообразная»

Тест должен содержать не менее 6-7 заданий и по 3-4 ответа к каждому заданию (верный только один). Включить задания двух видов:

1. Вычисление первообразных различных функций.
2. Вычисление первообразной, график, которой проходит через точку с заданными координатами.

### *Самостоятельная работа № 26 (4 часа)*

**Тема:** Интеграл и его применение

**Цель:** развитие интереса к предмету

**Задание:** создание презентации по заявленной теме

Работа должна соответствовать методическим рекомендациям по созданию презентации.

### *Самостоятельная работа № 27 (3 часа)*

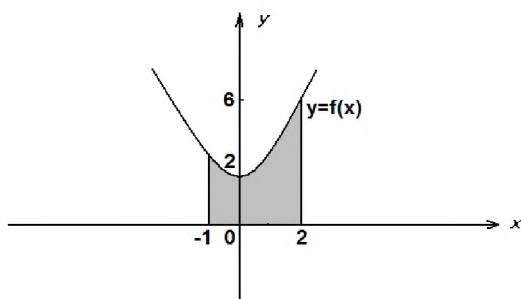
**Тема:** Вычисление площадей фигур с помощью интеграла

**Цель:** закрепить навыки вычисления площадей плоских фигур с помощью определенного интеграла

**Задание:** выполнить графическую работу

#### **Вариант 1**

1. По готовому чертежу найти площадь заштрихованной фигуры.

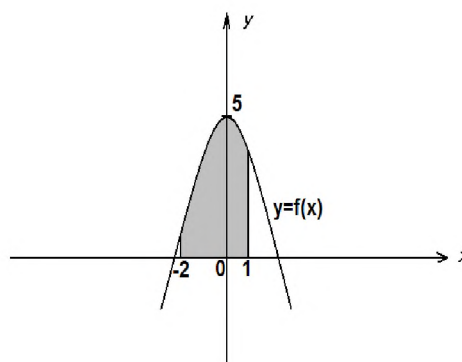


2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = \sqrt{x}, y = 1, x = 4.$$

#### **Вариант 2**

1. По готовому чертежу найти площадь заштрихованной фигуры.

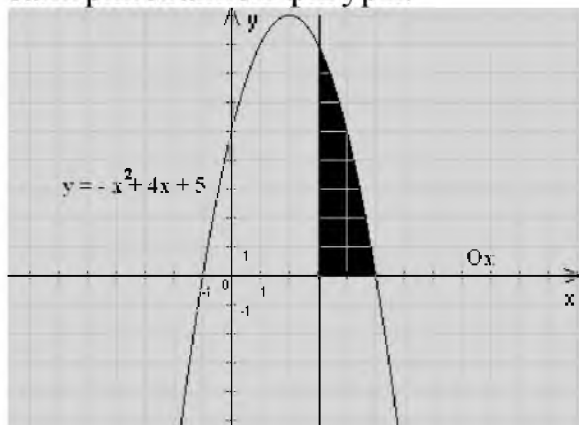


2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = 0, x = 1, y = 8 - x^3.$$

### Вариант 3

1. По готовому чертежу найти площадь заштрихованной фигуры.

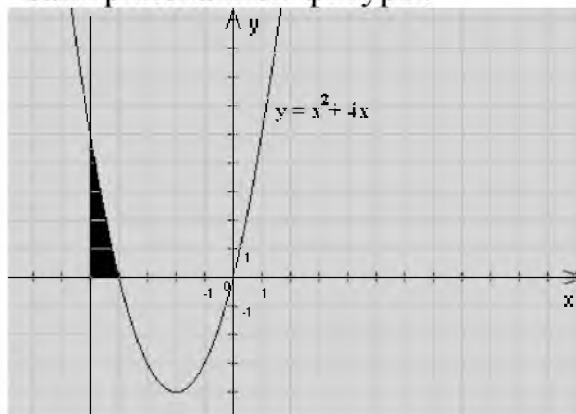


2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = x^3, y = 0, x = 4$$

### Вариант 4

1. По готовому чертежу найти площадь заштрихованной фигуры.

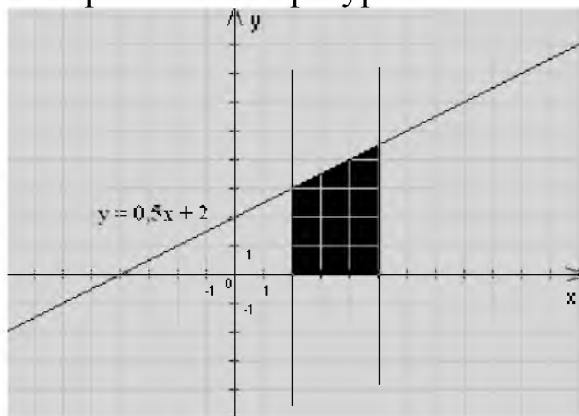


2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = 0, x = 1, y = \sqrt{x}$$

### Вариант 5

1. По готовому чертежу найти площадь заштрихованной фигуры.

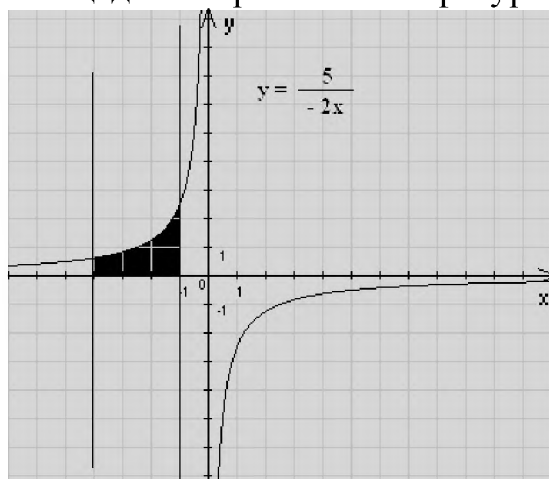


2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = x^2, y = 0, x = 4$$

### Вариант 6

1. По готовому чертежу найти площадь заштрихованной фигуры.



2. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = 0, x = 1, y = x^2$$

## Самостоятельная работа № 28 (4 часа)

**Тема:** Приближенные методы вычисления определенного интеграла

**Цель:** знать метод прямоугольников и метод трапеций вычисления определенного интеграла. Уметь пользоваться формулами прямоугольников и трапеций при нахождении приближенного значения определенного интеграла.

**Задание:** письменно ответьте на вопросы:

1. Вывод формулы прямоугольников (рис. 135).

2. Вывод формулы трапеций (рис. 136).
  3. Записать решение прим. 2 с.421.
2. Выполните письменно следующие задания: № 9.17; № 9.18; с. 422.

Литература: Яковлев Г.Н. Математика для техникумов. Алгебра и начала анализа. Ч.1, М.: Наука, 1987, гл. 9, § 46.

### **Раздел 3. Комбинаторика, статистика и теория вероятностей**

#### **Тема 3.1. Элементы комбинаторики.**

##### *Самостоятельная работа № 29 (2 часа)*

**Тема:** Жизнь и научная деятельность И. Ньютона

**Цель:** развитие интереса к предмету

**Задание:** подготовить реферат по предложенной теме

Реферат должен быть выполнен с соблюдением методическим рекомендациям по написанию реферата.

#### **Тема 3.2. Элементы теории вероятностей**

##### *Самостоятельная работа № 30 (6 часов)*

**Тема:** Простейшие вероятностные задачи

**Цель:** закрепить навыки решения простейших вероятностных задач

**Задание:**

1. Андрей выбирает трехзначное число. Найдите вероятность того, что оно делится на 33.
2. Телевизор у Коли сломался и показывает только один случайный канал. Коля включает телевизор. В это время по пятнадцати каналам из тридцати показывают кинокомедии. Найдите вероятность того, что Коля попадет на канал, где комедия не идет.
3. На тарелке 20 пирожков: 2 с мясом, 16 с капустой и 2 с вишней. Рома наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что он окажется с вишней.
4. В фирме такси в данный момент свободно 15 машин: 3 черных, 6 желтых и 6 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет желтое такси.

5. В каждой сотой банке кофе согласно условиям акции есть приз. Призы распределены по банкам случайно. Галя покупает банку кофе в надежде выиграть приз. Найдите вероятность того, что Галя не найдет приз в своей банке
6. Миша с папой решили покататься на колесе обозрения. Всего на колесе пятнадцать кабинок, из них 2 — синие, 10 — зеленые, остальные — красные. Кабинки по очереди подходят к платформе для посадки. Найдите вероятность того, что Миша прокатится в красной кабине.
7. У бабушки 20 чашек: 10 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами
8. На экзамене 60 билетов, Олег не выучил 12 из них. Найдите вероятность того, что ему попадет выученный билет.
9. Родительский комитет закупил 10 пазлов для подарков детям на окончание года, из них 3 с машинами и 7 с видами городов. Подарки распределяются случайным образом. Найдите вероятность того, что Мише достанется пазл с машиной.
10. В среднем на 150 карманных фонариков приходится три неисправных. Найдите вероятность купить работающий фонарик.
11. В среднем из каждых 200 поступивших в продажу аккумуляторов 196 аккумуляторов заряжены. Найдите вероятность того, что купленный аккумулятор не заряжен.
12. Илья наудачу выбирает двузначное число. Найдите вероятность того, что оно оканчивается на 8.

### **Тема 3.3. Элементы теории математической статистики**

#### ***Самостоятельная работа № 31 (4 часа)***

**Тема:** Я. Бернулли

**Цель:** развитие интереса к предмету

**Задание:** подготовить реферат по предложенной теме.

Реферат должен быть выполнен с соблюдением методических рекомендаций по написанию реферат.

### **Раздел 4. Геометрия**

#### **Тема 4.1. Прямые и плоскости в пространстве**

#### ***Самостоятельная работа № 32 (3 часа)***

**Тема:** Прямые и плоскости в пространстве

**Цель:** развитие интереса к предмету

**Задание:** создание презентации по заявленной теме.

Работа должна соответствовать методическим рекомендациям по созданию презентации.

### ***Самостоятельная работа № 33 (3 часа)***

**Тема:** Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве

**Цель:** развитие интереса к предмету, интуиции, логического мышления.

**Задание:** составление кроссворда по предложенной теме

Работа должна соответствовать методическим рекомендациям по составлению кроссвордов.

## **Тема 4.2. Многогранники**

### ***Самостоятельная работа № 34 (3 часа)***

**Тема:** Правильные многогранники

**Цель:** развитие интереса к предмету

**Задание:** создание презентации по заявленной теме

Работа должна соответствовать методическим рекомендациям по созданию презентации.

### ***Самостоятельная работа № 35 (2 часа)***

**Тема:** Жизнь и творчество Эйлера

**Цель:** развитие интереса к предмету

**Задание:** подготовить реферат по предложенной теме

Реферат должен быть оформлен с соблюдением методических рекомендаций по написанию реферата.

## **Тема 4.3. Тела и поверхности вращения**

### ***Самостоятельная работа № 36 (3 часа)***

**Тема:** Цилиндр и конус

**Цель:** развитие интереса к предмету

**Задание:** создание презентации по заявленной теме



Работа должна соответствовать методическим рекомендациям по созданию презентации.

### ***Самостоятельная работа № 37 (3 часа)***

**Тема:** Шар и сфера

**Цель:** развитие интереса к предмету

**Задание:** создание презентации по заявленной теме

Работа должна соответствовать методическим рекомендациям по созданию презентации.

### **Тема 4.4. Измерения в геометрии**

### ***Самостоятельная работа № 38 (3 часа)***

**Тема:** Объемы тел

**Цель:** закрепить навыки решения задач на нахождение объемов многогранников и тел вращения.

**Задание:**

#### **1 вариант**

1. Найдите объём правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 6 см и высота 4 см.
2. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 3 см и 4 см, высота призмы равна 10 см. Найдите объём данной призмы.
3. Площадь осевого сечения цилиндра равна  $4 \text{ м}^2$ . Найдите объём цилиндра.
4. Высота конуса равна 3 см. образующая конуса составляет с плоскостью основания угол в  $30^\circ$ . Найдите объём конуса.
5. Площадь большого круга шара равна  $3 \text{ см}^2$ . Найдите объём шара.

#### **2 вариант**

1. Найдите объём правильной треугольной пирамиды со стороной основания 6 см и высотой 1 см.
2. Найдите объём прямой призмы, в основании которой лежит ромб с диагоналями 6 см и 8 см и боковым ребром 10 см.
3. Осевое сечение цилиндра - квадрат. Площадь основания равна 1. Найдите объём цилиндра.
4. Радиус основания конуса равен 3 м, высота - 4 м. Найдите площадь объём конуса.
5. Сечение шара плоскостью, отстоящей от центра шара на расстоянии 8 см, имеет радиус 6 см. Найдите объём шара.

### Самостоятельная работа № 39 (3 часа)

**Тема:** Объемы и площади фигур

**Цель:** закрепить навыки решения задач на нахождение объемов и площадей фигур

**Задание:**

1. Основание конуса равновелико основанию цилиндра, а высоты конуса и цилиндра равны. Найти объем конуса, если объем цилиндра равен 447.
2. Найти высоту конуса, если его объем равен  $48\pi$ , а диаметр основания равен  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .
3. Осевым сечением цилиндра является квадрат с диагональю  $3\sqrt{\frac{2}{\pi^2}}$ . Найти объем цилиндра.
4. Площадь поверхности шара равна 43. Найти площадь поверхности другого шара, объем которого в 27 раз больше объема данного шара.
5. Найти диаметр шара, если его объем равен  $\frac{2048\pi}{3}$
6. В куб вписан шар. Найти площадь поверхности шара, если площадь полной поверхности куба равна  $\frac{1170}{\pi}$ .
7. Площадь полной поверхности цилиндра равна  $172\pi$ . Найти площадь осевого сечения цилиндра, если диаметр его основания равен 8
8. Площадь боковой поверхности цилиндра равна  $15\pi$ . Найти площадь основания цилиндра, если его высота равна длине окружности основания.
9. Площадь боковой поверхности конуса равна 11, а длина образующей  $\frac{11}{\sqrt{2\pi}}$   
Найти площадь основания конуса.

### Тема 4.5. Координаты и векторы

### Самостоятельная работа № 40 (3 часа)

**Тема:** Векторы

**Цель:** знать правила действия над векторами и уметь применять их при вычислениях

**Задание:**

Вариант 1

№ п/п	Название операции	Формулы
1	Найти сумму векторов	$\vec{a}\{1; -2; 3\}, \quad \vec{b}\{4; 0; -1\}$ $\vec{a} + \vec{b}\{x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2\}$
2	Найти разность векторов	$\vec{a}\{4; 1; -3\}, \quad \vec{b}\{0; -5; 2\}$

		$\vec{a} - \vec{b}\{x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2\}$
3	Найти произведение вектора на число	$\vec{a}\{-1; 3; 1\}$ , $\delta$ – число $\delta = -3$ $\delta\vec{a}\{\delta \cdot x; \delta y; \delta z\}$
4	Вычислить координаты середины отрезка	Точка A(1; 2; -3). Точка B (-3; 4; -1). Точка C – середина отрезка AB. $C(x_c, y_c, z_c)$ $x_c = \frac{x_1 + x_2}{2}$ $y_c = \frac{y_1 + y_2}{2}; z_c = \frac{z_1 + z_2}{2}$ .
5	Найти координаты вектора	Точка A(5; 0; -3). Точка B (-1; 4; -7). Находим координаты вектора $\vec{AB}$ . Из координат конца вычислить координаты начала вектора $\vec{AB}\{x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1\}$
6	Найти длину вектора	$\vec{a}\{3; -2; 0\}$ $ \vec{a}  = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
7	Вычислить скалярное произведение векторов	$\vec{a}\{-2; 3; 7\}$ , $\vec{b}\{-9; 0; 2\}$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$
8	Найти косинус угла между векторами	$\vec{a}\{2; 0; 1\}$ , $\vec{b}\{-3; 1; 2\}$ $\cos \alpha = \frac{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$
9	При каких значениях $m$ и $n$ векторы коллинеарны?	$\vec{a}\{m; 3; 1\}$ , $\vec{b}\{1; n; 2\}$ $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} = k$
10	Проверьте перпендикулярность векторов	$\vec{a}\{-4; 0; 1\}$ , $\vec{b}\{2; 7; 8\}$ $x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2 = 0$ - условие перпендикулярности векторов

*Вариант 2*

№ п/п	Название операции	Формулы
1	Найти сумму векторов	$\vec{a}\{2; -3; 4\}$ , $\vec{b}\{-1; 2; 0\}$ $\vec{a} + \vec{b}\{x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2\}$
2	Найти разность векторов	$\vec{a}\{4; -5; 7\}$ , $\vec{b}\{3; -1; 2\}$ $\vec{a} - \vec{b}\{x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2\}$
3	Найти произведение вектора на число	$\vec{a}\{-2; 4; 0\}$ , $\delta$ – число $\delta = -4$ $\delta\vec{a}\{\delta \cdot x; \delta y; \delta z\}$
4	Вычислить координаты середины отрезка	Точка A(-3; 1; 2) Точка B (2; -3; 1) Точка C – середина отрезка AB. $C(x_c, y_c, z_c)$

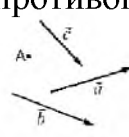
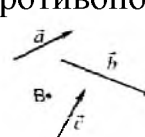
		$x_c = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y_c = \frac{y_1 + y_2}{2}, \quad z_c = \frac{z_1 + z_2}{2}.$
5	Найти координаты вектора	Точка A(6; -3; 4). Точка B(1; -4; 7). Находим координаты вектора $\vec{AB}$ . Из координат конца вычислить координаты начала вектора $\vec{AB} \{x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1\}$
6	Найти длину вектора	$\vec{a} \{0, 2, -2\}$ $ \vec{a}  = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
7	Вычислить скалярное произведение векторов	$\vec{a} \{-3; 2; 9\}, \quad \vec{b} \{-7; 0; 3\}$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$
8	Найти косинус угла между векторами	$\vec{a} \{4; 1; 0\}, \quad \vec{b} \{-5; 3; 1\}$ $\cos \alpha = \frac{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$
9	При каких значениях $m$ и $n$ векторы коллинеарны?	$\vec{a} \{m; 5; 3\}, \quad \vec{b} \{2; n; 4\}$ $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} = k$
10	Проверьте перпендикулярность векторов	$\vec{a} \{0; -3; 2\}, \quad \vec{b} \{9; 4; 6\}$ $x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2 = 0$ - условие перпендикулярности векторов

### Самостоятельная работа № 41 (3 часа)

**Тема:** Векторы

**Цель:** закрепить умения и навыки решения задач с применением векторов

**Задание:** выполнить работу «Векторы»

<p>Фамилия, группа</p> <hr/> <p style="text-align: center;"><i>Вариант 1</i></p> <p>1. От точки A отложите вектор: а) равный <math>\vec{a}</math>; б) сонаправленный <math>\vec{b}</math>; в) противоположно направленный <math>\vec{c}</math>.</p>  <p>2. ABCD – ромб. Равны ли векторы: а) <math>\vec{AB}</math> и <math>\vec{DC}</math> ____; б) <math>\vec{DA}</math> и <math>\vec{BC}</math> ____; в) <math>\vec{AB}</math> и <math>\vec{AD}</math> ____.</p> <p>3. Начертите два неколлинеарных</p>	<p>Фамилия, группа</p> <hr/> <p style="text-align: center;"><i>Вариант 2</i></p> <p>1. От точки B отложите вектор: а) равный <math>\vec{a}</math>; б) сонаправленный <math>\vec{b}</math>; в) противоположно направленный <math>\vec{c}</math>.</p>  <p>2. ABCD – квадрат. Равны ли векторы: а) <math>\vec{BA}</math> и <math>\vec{DC}</math> ____; б) <math>\vec{DA}</math> и <math>\vec{BC}</math> ____;</p>
--	--

вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

Постройте вектор  $\frac{1}{3}\vec{b} - 2\vec{a}$ .

4. В параллелограмме ABCD на стороне AB отмечена точка K так, что AK:KB=2:1, O – точка пересечения диагоналей. Выразите векторы  $\vec{OC}$  и  $\vec{CK}$  через векторы  $\vec{a} = \vec{NB}$  и  $\vec{b} = \vec{ND}$ .

5. Чему равны координаты вектора  $\vec{a} = i - 3j$

1)  $\vec{a}\{0;-3\}$  2)  $\vec{a}\{1;-3\}$  3)  $\vec{a}\{-3;1\}$

6. Запишите разложение вектора  $\vec{d}\{-4;2\}$  по координатным векторам  $\vec{i}$  и  $\vec{j}$ . \_\_\_\_\_

7. Даны два вектора  $\vec{a}\{-2;3\}, \vec{b}\{1;1\}$ :

1) найдите координаты вектора  $\vec{a} + \vec{b}$

2) будут ли коллинеарными векторы  $\vec{a} + \vec{b}$  и  $\vec{c}\{-2;8\}$  \_\_\_\_\_

8. Найдите координаты вектора  $\vec{c} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$ , если  $\vec{a}\{-1;3\}, \vec{b}\{2;7\}$ .

\_\_\_\_\_

в)  $\vec{DC}$  и  $\vec{DA}$  \_\_\_\_\_.

3. Начертите два неколлинеарных вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

Постройте вектор  $3\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}$ .

4. В параллелограмме ABCD на стороне BC отмечена точка P так, что BP:PC=3:1, O – точка пересечения диагоналей. Выразите векторы  $\vec{AO}$  и  $\vec{PA}$  через векторы  $\vec{a} = \vec{AB}$  и  $\vec{b} = \vec{AD}$ .

5. Чему равны координаты вектора  $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j}$

1)  $\vec{a}\{-2;0\}$  2)  $\vec{a}\{-2;-1\}$  3)  $\vec{a}\{-2;1\}$

6. Запишите разложение вектора  $\vec{c}\{4;-2\}$  по координатным векторам  $\vec{i}$  и  $\vec{j}$ . \_\_\_\_\_

7. Даны два вектора  $\vec{a}\{-3;4\}, \vec{b}\{1;2\}$ :

1) найдите координаты вектора  $\vec{a} - \vec{b}$

2) будут ли коллинеарными векторы  $\vec{a} - \vec{b}$  и  $\vec{c}\{4;-2\}$  \_\_\_\_\_

8. Найдите координаты вектора  $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ , если  $\vec{a}\{-2;1\}, \vec{b}\{1;3\}$ . \_\_\_\_\_

## Заключение

При реализации ФГОС СПО большую роль отводят внеаудиторной самостоятельной работе обучающихся.

Представленные методические рекомендации носят прикладной характер. В них включены темы, время выполнения и виды контроля знаний студентов обучающихся по специальности 08.02.10 Строительство железных дорог, путь и путевое хозяйство.

Данная тематика самостоятельной работы студентов полностью соответствует знаниям и умениям, заявленным в ФГОС по специальности 08.02.10 Строительство железных дорог, путь и путевое хозяйство. Тематика внеаудиторной самостоятельной работы достаточно разнообразна.

При изучении дисциплины *Математика* данные методические рекомендации применяются для выполнения внеаудиторной работы обучающихся, что позволяет:

- оптимально сочетать теоретические и практические составляющие обучения. При этом обеспечивается переосмысление места и роли теоретических знаний, их упорядочивание, что, в конечном счёте, приводит к повышению мотивации обучающихся в их освоении;
- возрастает учебная дисциплина обучающихся;
- выполнение внеаудиторной работы готовит обучающихся к экзамену по дисциплине.

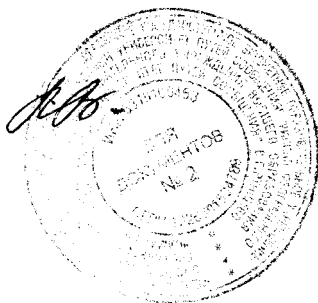
## РЕЦЕНЗИЯ

### на методические указания по выполнению самостоятельных работ по учебной дисциплине ОУД.04 Математика

Методические указания для студентов по выполнению самостоятельной внеаудиторной работы разработаны преподавателем Лытаевой Н.С. на основе рабочей программы учебной дисциплины Математика для студентов специальности 08.02.10 Строительство железных дорог, путь и путевое хозяйство (базовая подготовка среднего профессионального образования), рассмотрены и обсуждены на заседании цикловой комиссии. Данная разработка соответствует государственным требованиям к минимуму содержания и уровню подготовки выпускников.

Материалы самостоятельной внеаудиторной работы представляют собой логическое продолжение аудиторных занятий. В содержание методических указаний по выполнению самостоятельных работ включены: введение, тематический план, содержание самостоятельных работ, заключение. При предъявлении видов заданий на внеаудиторную самостоятельную работу используется дифференцированный подход к студентам. Работа структурирована, последовательна, логична. Все материалы могут быть использованы преподавателями математики, работающими в системе среднего профессионального образования. Рекомендации могут оказать действенную помощь студентам в выполнении внеаудиторной самостоятельной работы.

Рецензент:



Л.В. Малаховская, преподаватель  
филиала СамГУПС в г. Ртищеве